

DM n° 1

À rendre avant les vacances

Exercice 1 – Résoudre dans \mathbb{R} le système linéaire suivant d'inconnues x, y (on discutera les solutions en fonction du paramètre m).

$$\begin{cases} mx + (m - 1)y = m + 2 \\ (m + 1)x - my = 5m + 3 \end{cases}$$

Exercice 2 – Résoudre dans \mathbb{C} le système linéaire suivant par la méthode du pivot de Gauss

$$\begin{cases} -2x + y + it = -4 + i \\ ix - z + t = 2i + 1 \\ x - y - iz + 2t = 2 \\ 2x - y + (2 - i)t = 4 - i \end{cases}$$

Exercice 3 –

Parmi les sous-ensembles F suivants de \mathbb{R}^n , lesquels sont des sous-espaces vectoriels ? Justifiez vos réponses.

- (1) $F = \{(x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0\}$
- (2) $F = \{(x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 1\}$
- (3) $F = \{(x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2\}$
- (4) $F = \{(x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + \dots + x_n = 0\}$
- (5) $F = \{(x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 x_2 = 0\}$

Exercice 4 –

Dans les cas (1), (3) et (4) de l'exercice précédent, déterminez une famille de $n-1$ vecteurs e_1, \dots, e_{n-1} telle que $F = \text{Vect}(e_1, \dots, e_{n-1})$ (et justifiez votre réponse).

Indication: commencez pas traiter le cas $n = 2$, puis $n = 3$, ça devrait vous aider.