

Contrôle optimal d'écoulement décollé par réduction de modèles POD.

Michel Bergmann

Laurent Cordier & Jean-Pierre Brancher

Laurent.Cordier@ensem.inpl-nancy.fr

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée

UMR 7563 (CNRS - INPL - UHP)

ENSEM - 2, avenue de la Forêt de Haye

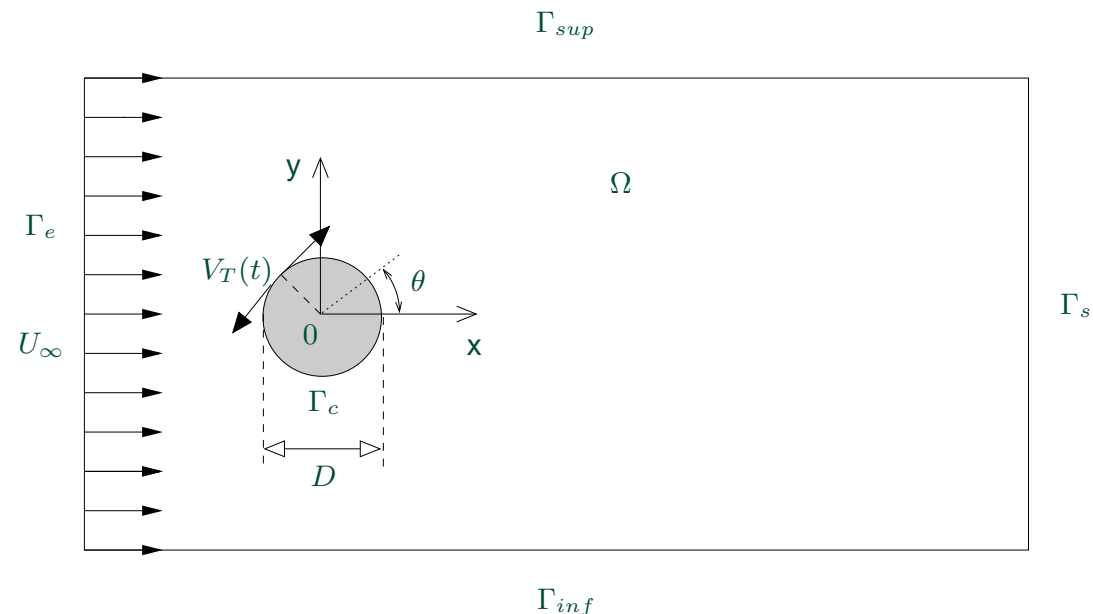
BP 160 - 54504 Vandoeuvre Cedex, France



Introduction Configuration d'étude

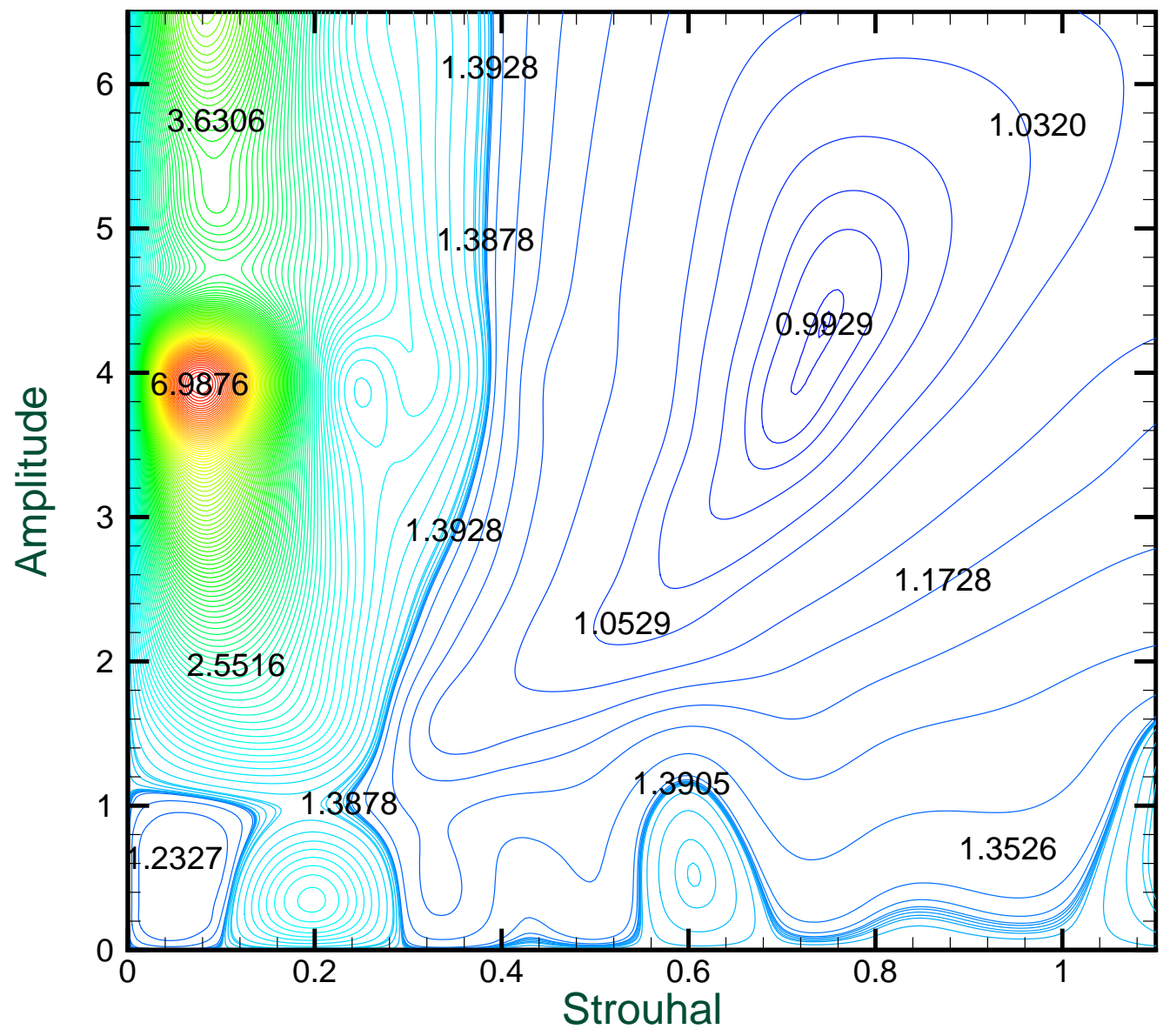
- Écoulement 2D autour d'un cylindre circulaire à $Re = 200$
- Fluide visqueux, incompressible et newtonien
- Oscillations du cylindre à une vitesse tangentielle

$$\gamma(t) = \frac{V_T}{U_\infty} = A \sin(2\pi St_f t)$$



Déterminer les paramètres $c = (A, St_f)^T$ qui minimisent le coefficient de traînée moyen





Coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude et de la fréquence de forçage.



Introduction Coefficient de traînée & écoulement de base stationnaire instable

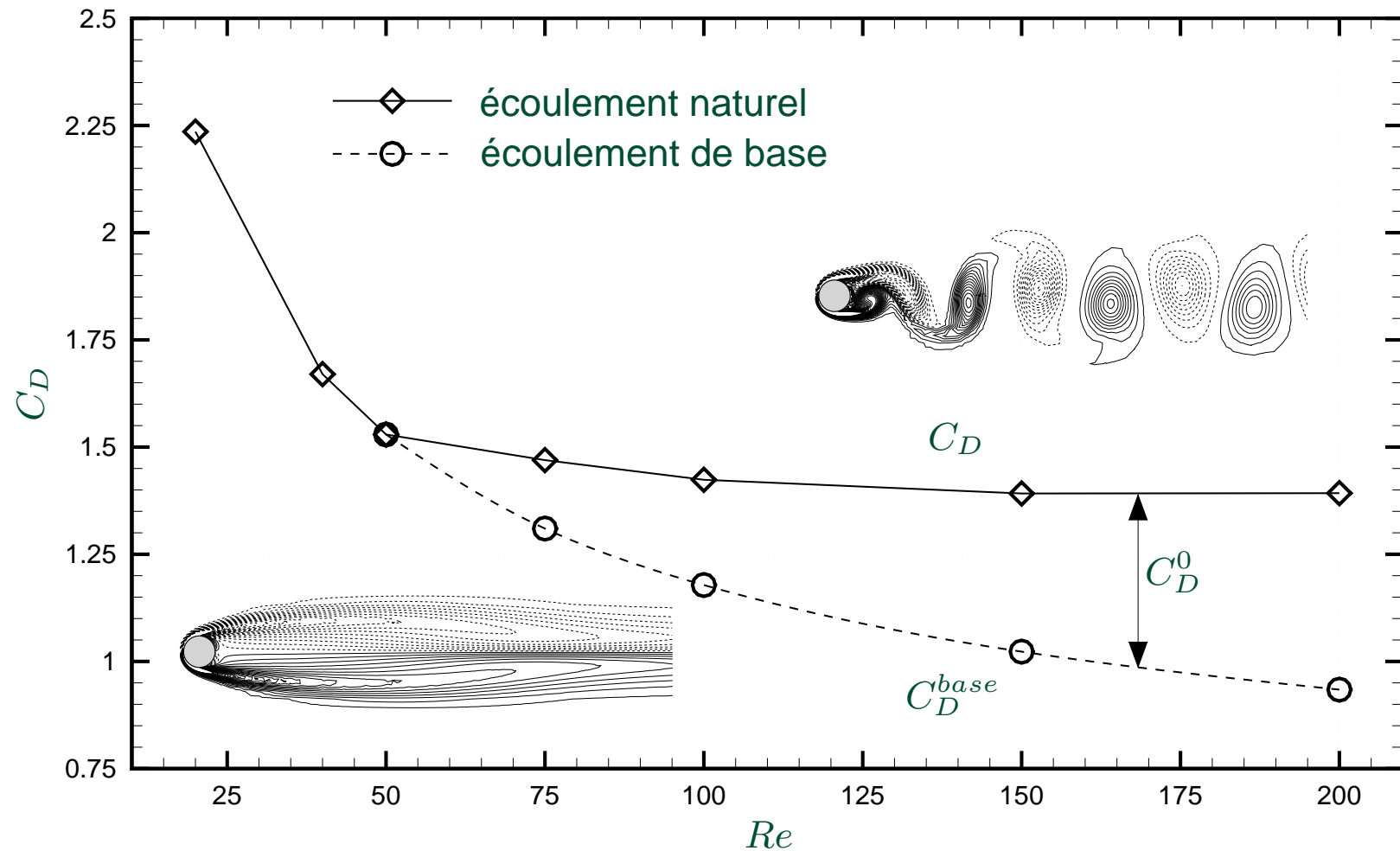


Fig. : Evolution du coefficient de traînée moyen en fonction du nombre de Reynolds. Comparaison entre l'écoulement naturel et l'écoulement de base stationnaire instable.

Protas, B. et Wesfreid, J.E. (2002) : Drag force in the open-loop control of the cylinder wake in the laminar regime. *Phys. Fluids*, **14**(2), pp. 810-826.



Réduction de modèle *Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres (POD)*

► Proper Orthogonal Decomposition (POD), Lumley (1967).

► Méthode de compression d'information

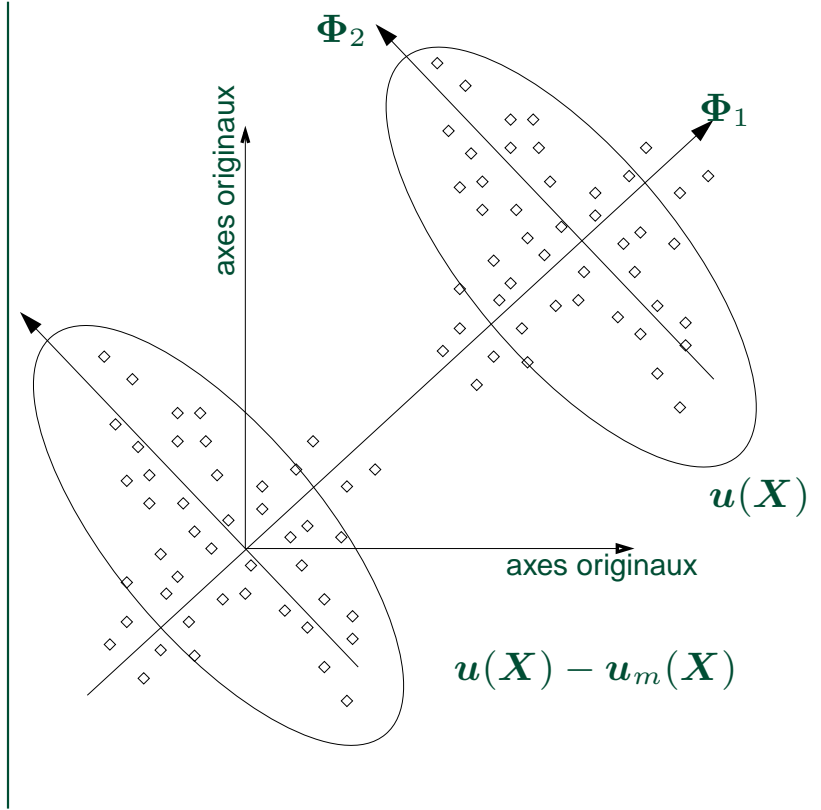
► Rechercher la réalisation $\Phi(\mathbf{X})$ "ressemblant le plus" en moyenne aux réalisations $\mathbf{u}(\mathbf{X})$. ($\mathbf{X} = (\mathbf{x}, t) \in \mathcal{D} = \Omega \times \mathbb{R}^+$)

► $\Phi(\mathbf{X})$ solution du problème :

$$\max_{\Phi} \frac{\langle |(\mathbf{u}, \Phi)|^2 \rangle}{\|\Phi\|^2}.$$

► Convergence optimale *en norme L^2* (énergie) de $\Phi(\mathbf{X})$

⇒ réduction de dynamique envisageable.



Lumley J.L. (1967) : The structure of inhomogeneous turbulence. *Atmospheric Turbulence and Wave Propagation*, ed. A.M. Yaglom & V.I. Tatarski, pp. 166-178.



► Remplacer

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}. \end{array} \right.$$

par un système dynamique réduit avec N_{gal} ($\ll N_{POD}$) modes retenus :

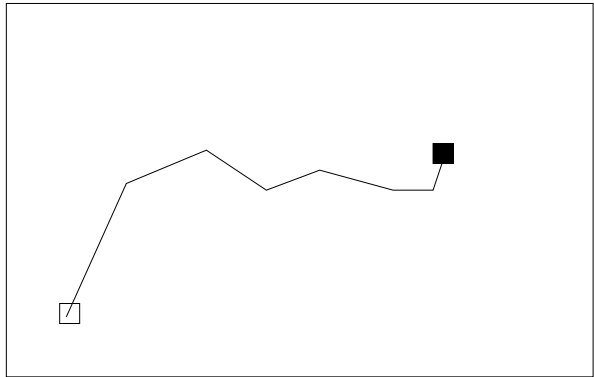
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d a_i(t)}{d t} = \mathcal{A}_i + \sum_{j=1}^{N_{gal}} \mathcal{B}_{ij} a_j(t) + \sum_{j=1}^{N_{gal}} \sum_{k=1}^{N_{gal}} \mathcal{C}_{ijk} a_j(t) a_k(t) \\ \quad + \mathcal{D}_i \frac{d \gamma}{d t} + \left(\mathcal{E}_i + \sum_{j=1}^{N_{gal}} \mathcal{F}_{ij} a_j(t) \right) \gamma + \mathcal{G}_i \gamma^2 \\ a_i(0) = (\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0), \Phi_i(\mathbf{x})). \end{array} \right.$$

► Décomposition POD

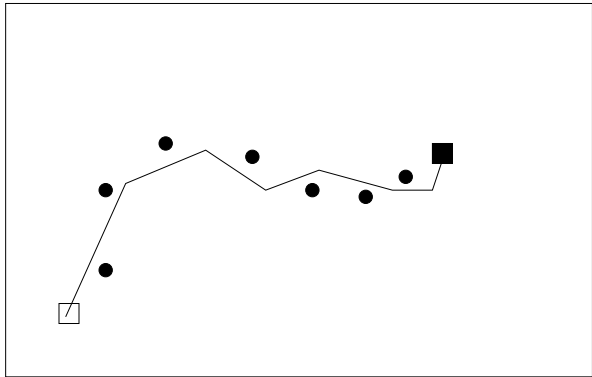
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_m(\mathbf{x}) + \gamma(t) \mathbf{u}_c(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{N_{POD}} a_k(t) \Phi_k(\mathbf{x}).$$



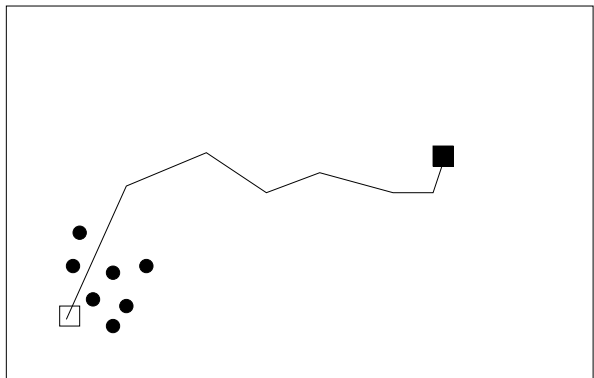
Réduction de modèle *Choix des réalisations en optimisation*



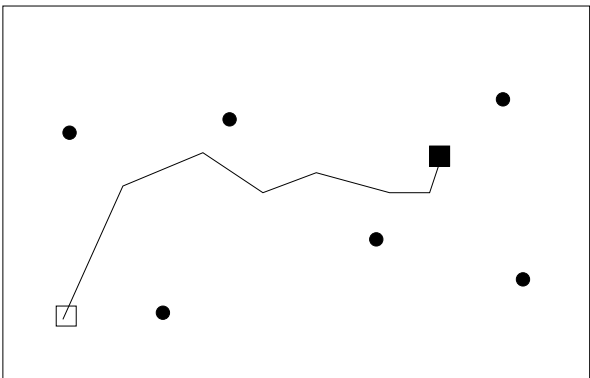
Configuration générale.



Echantillonnage idéal.



Echantillonnage inadapté.



Echantillonnage inadapté.

Problème d'optimisation posé dans l'espace des paramètres de contrôle. — chemin d'optimisation, conditions initiale □ et terminale ■ du processus d'optimisation, ● réalisation utilisée pour la base de données.



Réduction de modèle *Un écoulement simple, une dynamique riche*

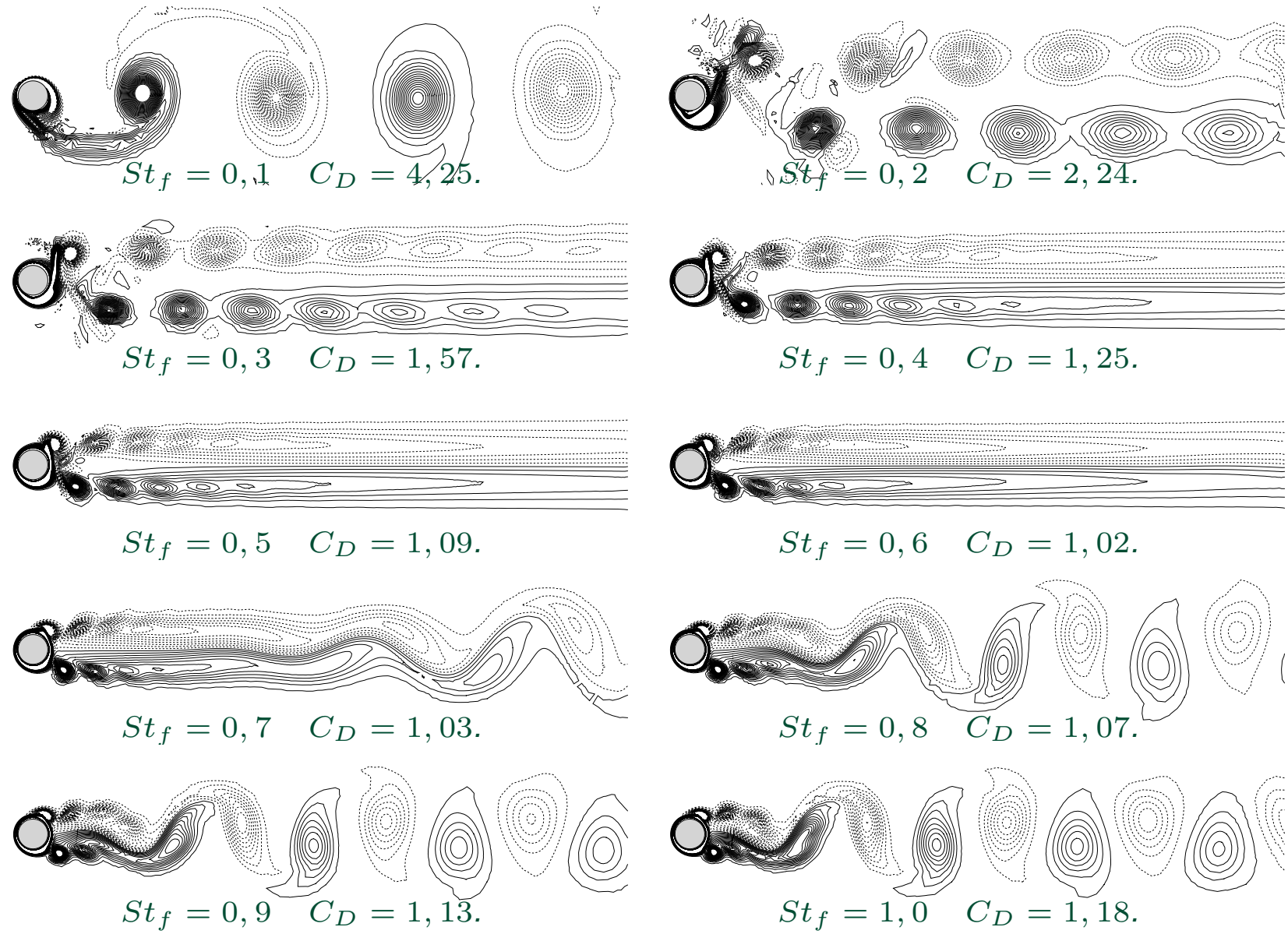


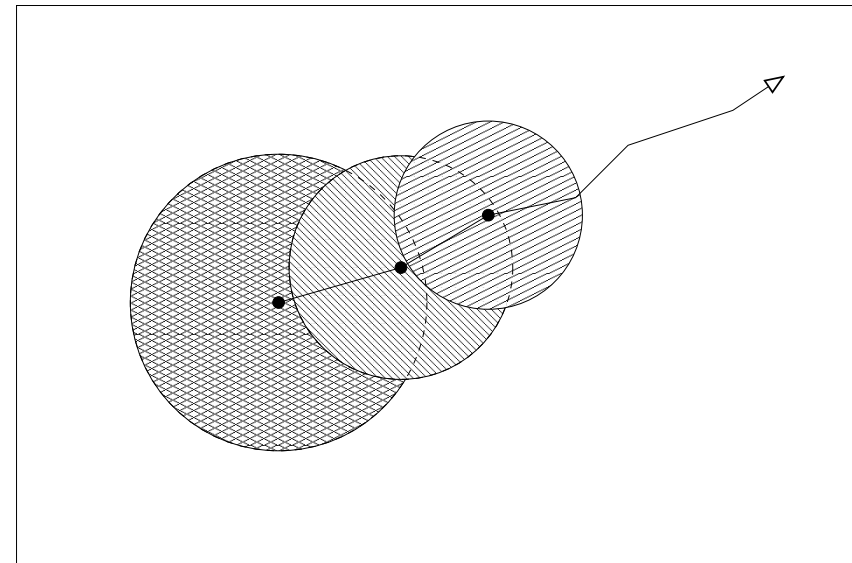
Fig. : Isovaleurs de la vorticité ω_z pour $A = 3$



⇒ Domaine de validité POD ROM limité à un voisinage des paramètres de design

Objectif : Résoudre le problème d'optimisation sur modèle réduit en s'assurant

1. Détermination automatique du domaine de validité
2. Convergence globale



Solution

► Introduire la POD dans une méthode d'optimisation à région de confiance :

Trust-Region Proper Orthogonal Decomposition (TRPOD)

Conn, A.R., Gould, N.I.M. et Toint, P.L. (2000) : Trust-region methods. *SIAM, Philadelphia*.



Trust-Region Proper Orthogonal Decomposition (TRPOD) *Algorithme*

Initialisation : c_0 , résolution du modèle de Navier-Stokes, \mathcal{J}_0 . $k = 0$.

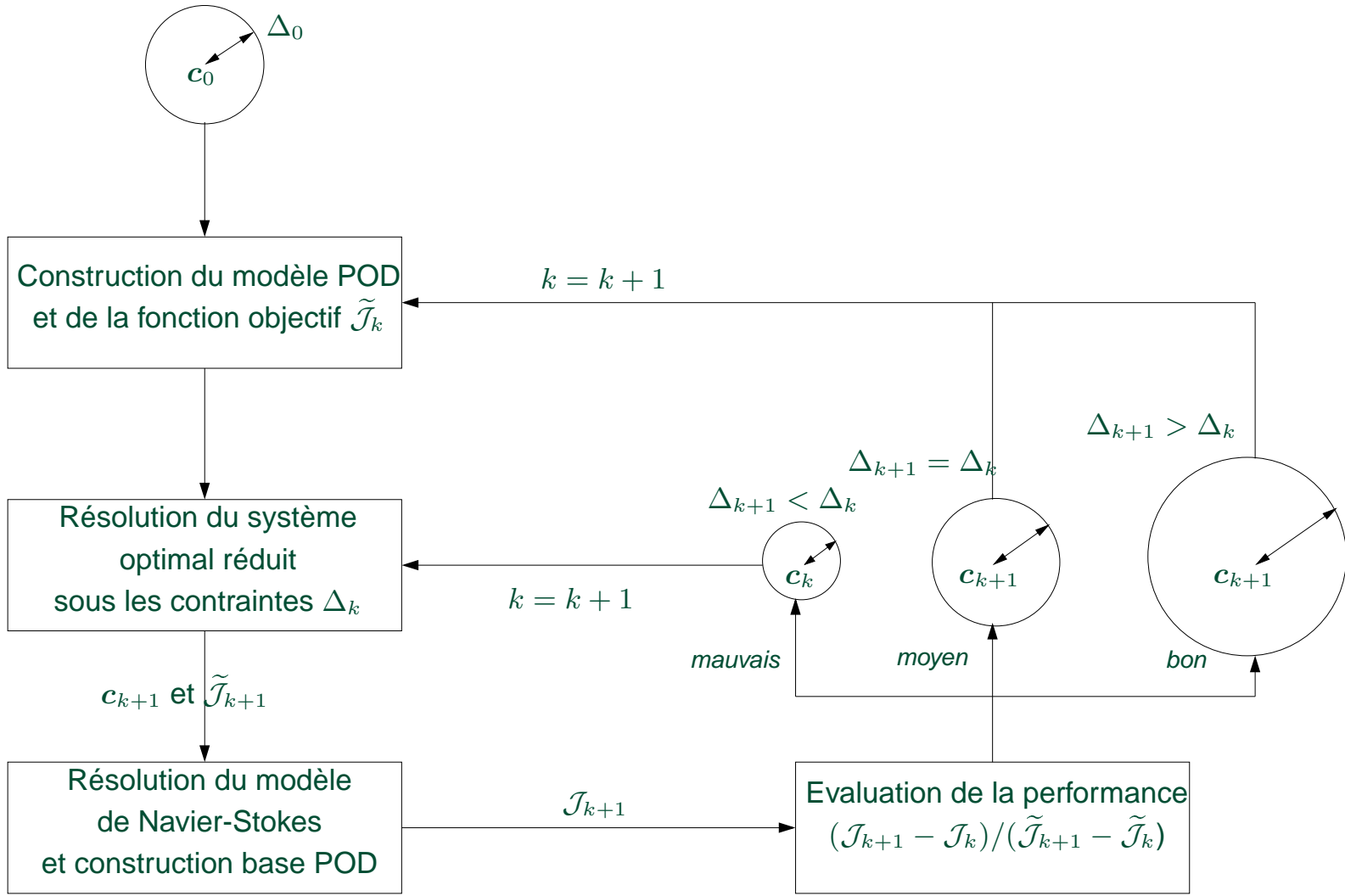
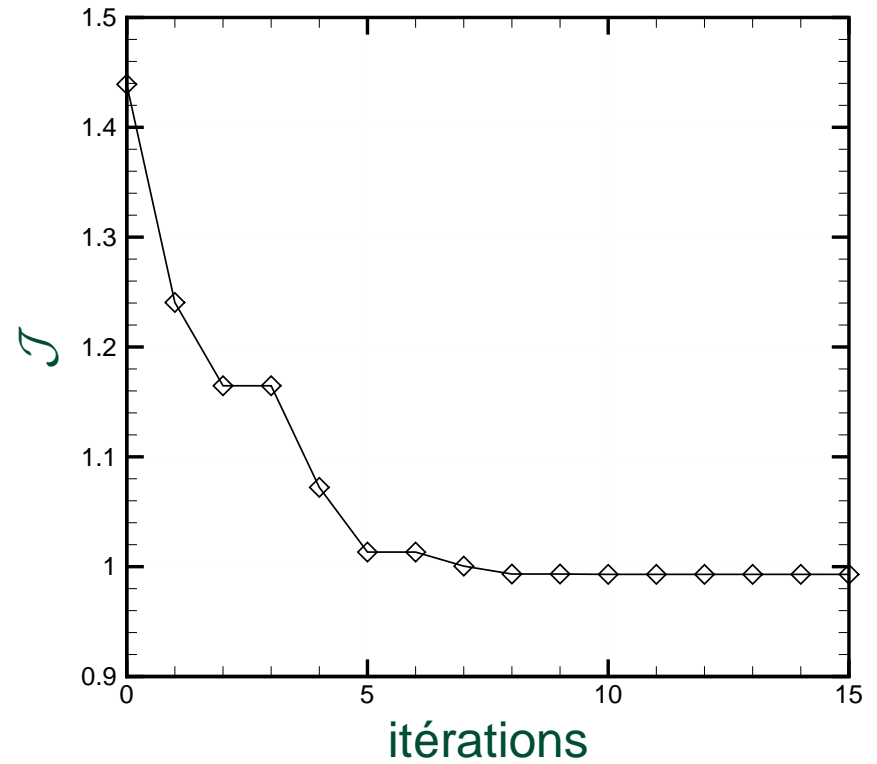
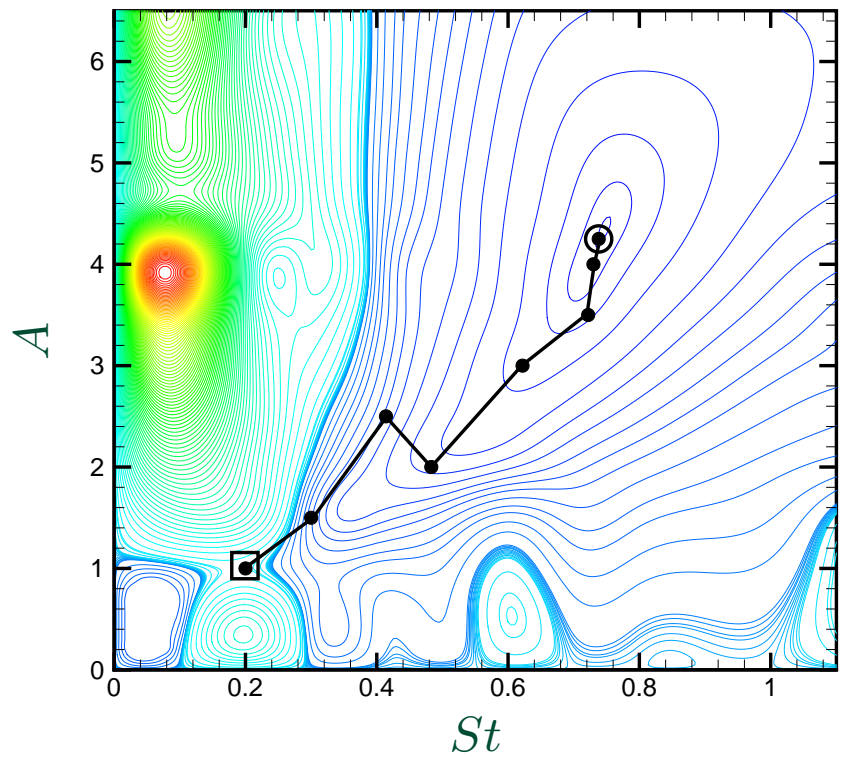


Fig. : Schématisation de la méthode à région de confiance.



Paramètres de contrôle initiaux : $A = 1,0$ et $St = 0,2$



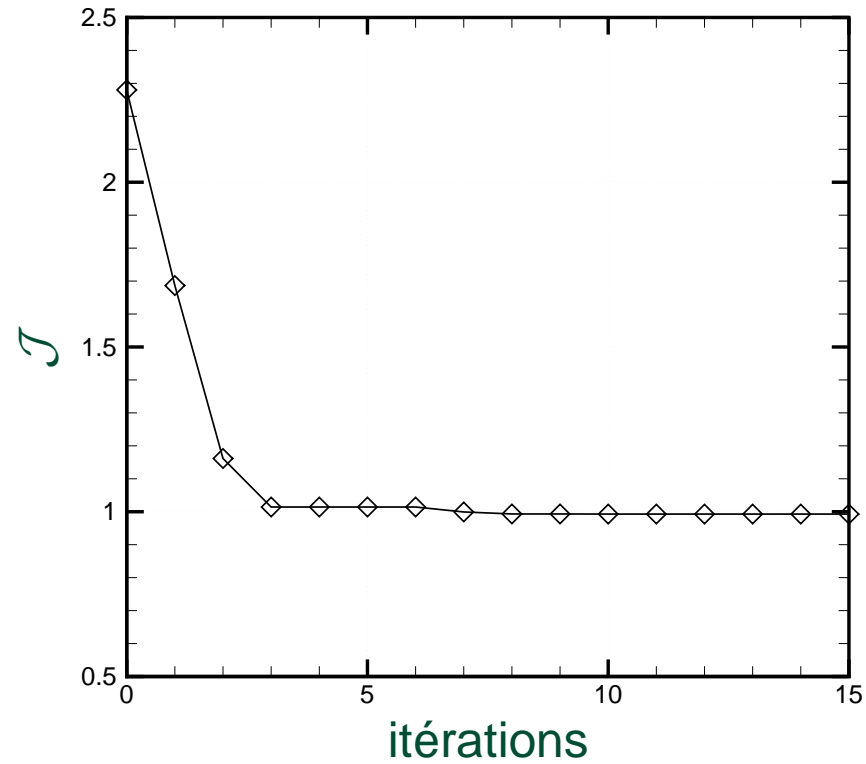
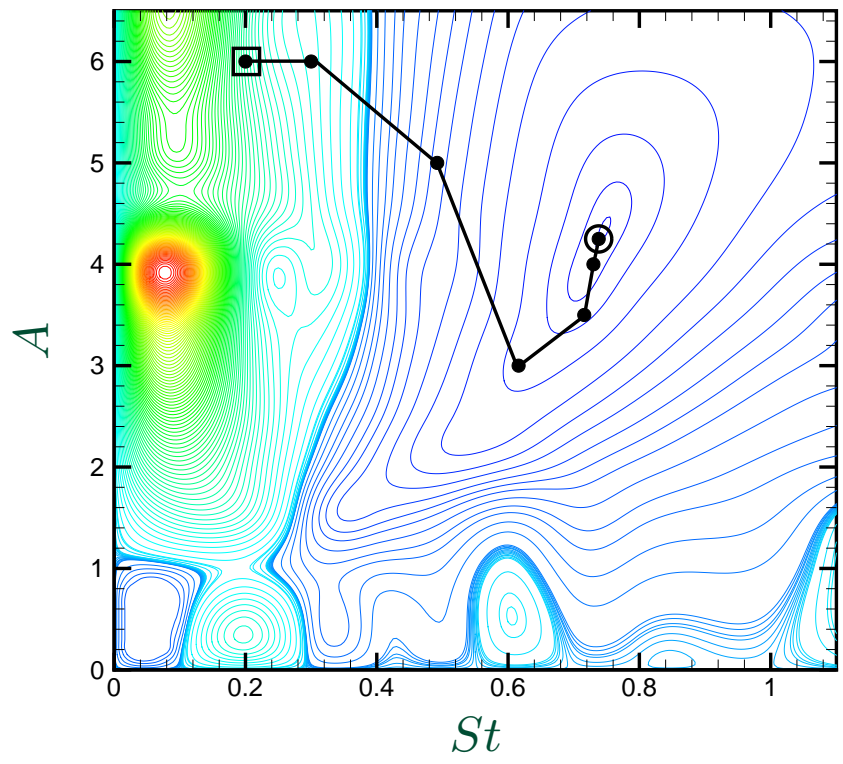
Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 8 résolutions de Navier-Stokes



Paramètres de contrôle initiaux : $A = 6,0$ et $St = 0,2$



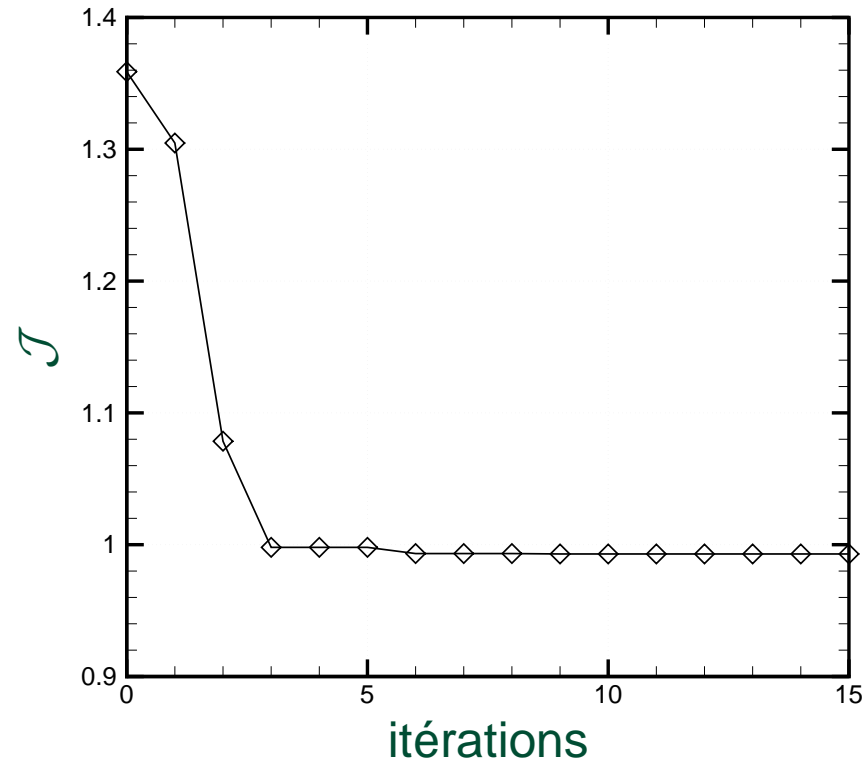
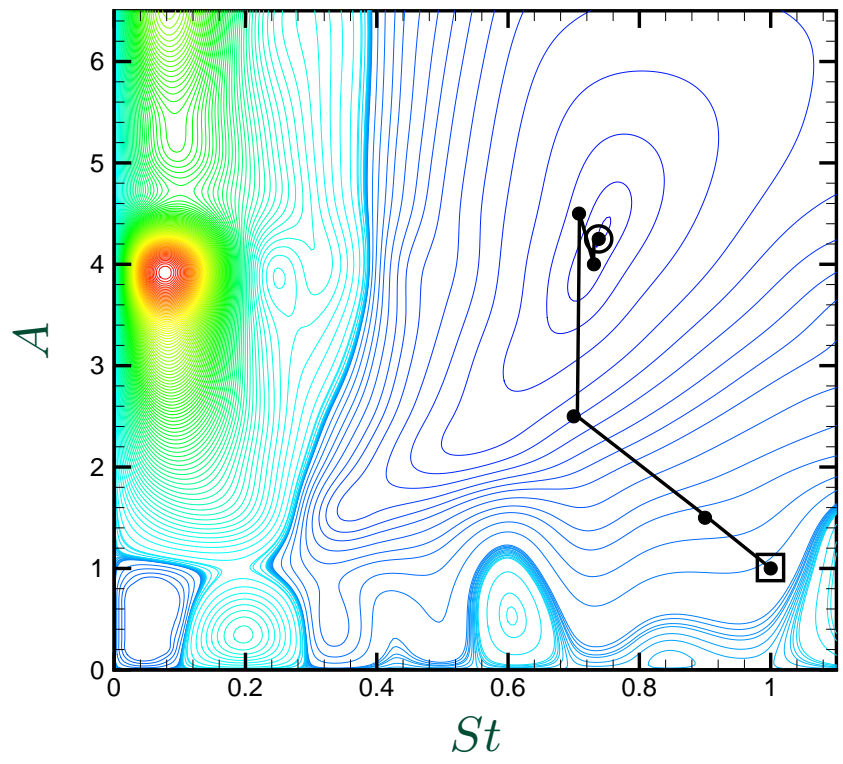
Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 6 résolutions de Navier-Stokes



Paramètres de contrôle initiaux : $A = 1,0$ et $St = 1,0$



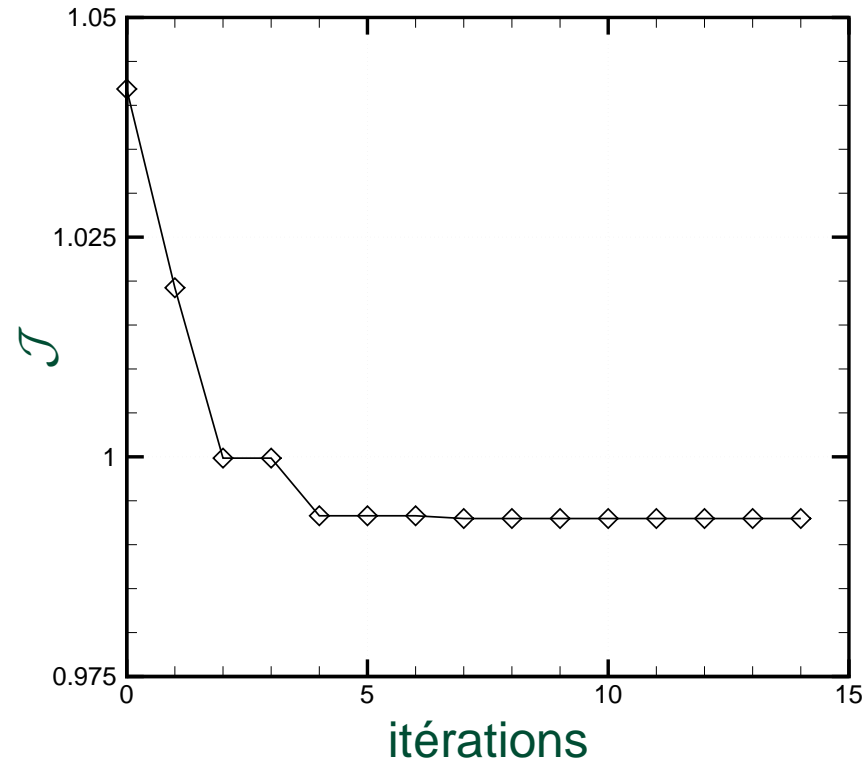
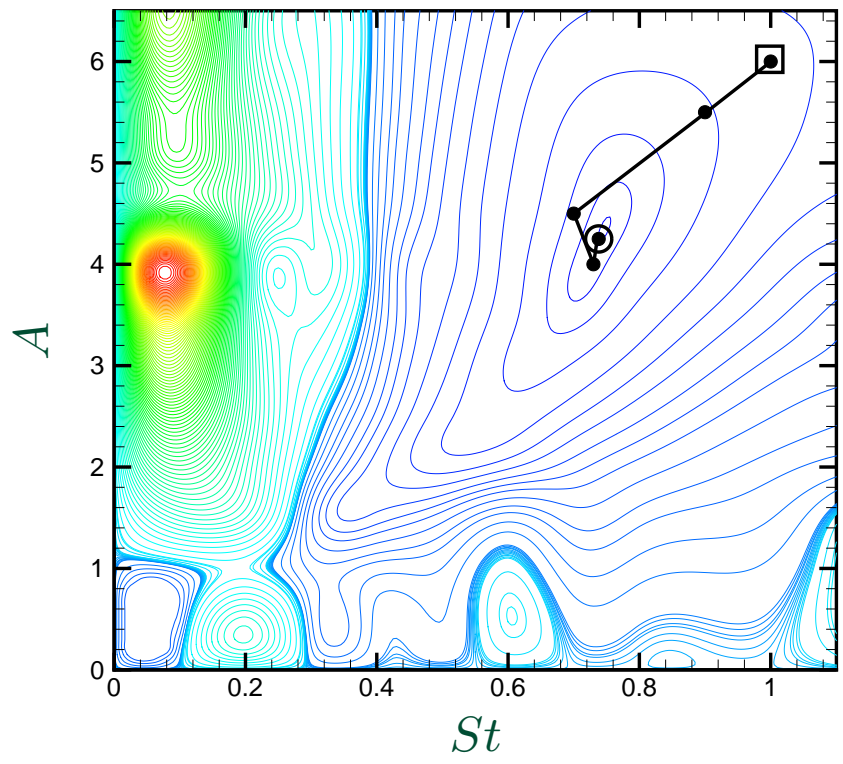
Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 5 résolutions de Navier-Stokes



Paramètres de contrôle initiaux : $A = 6,0$ et $St = 1,0$



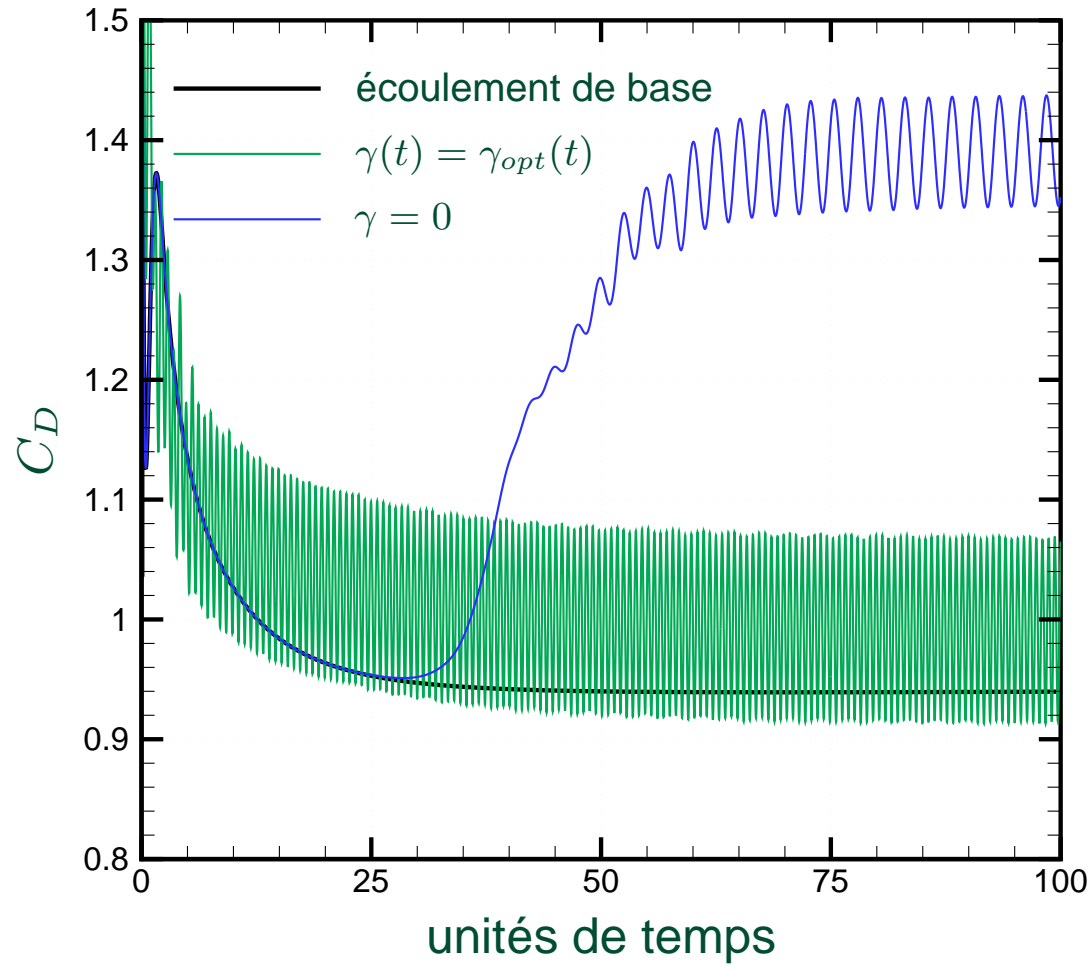
Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 4 résolutions de Navier-Stokes

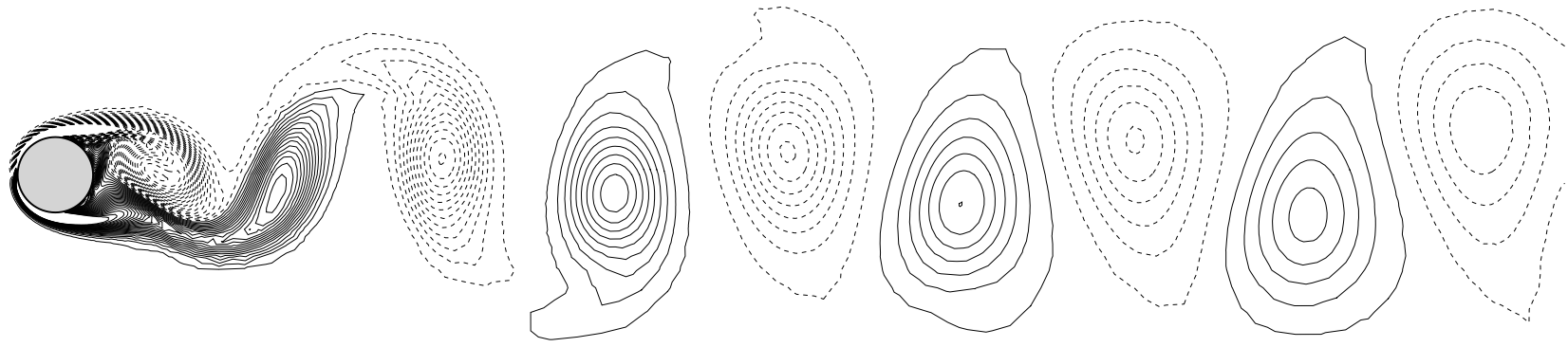


► Loi de contrôle optimale : $\gamma_{opt}(t) = A \sin(2\pi St t)$ avec $A = 4,25$ et $St = 0,74$

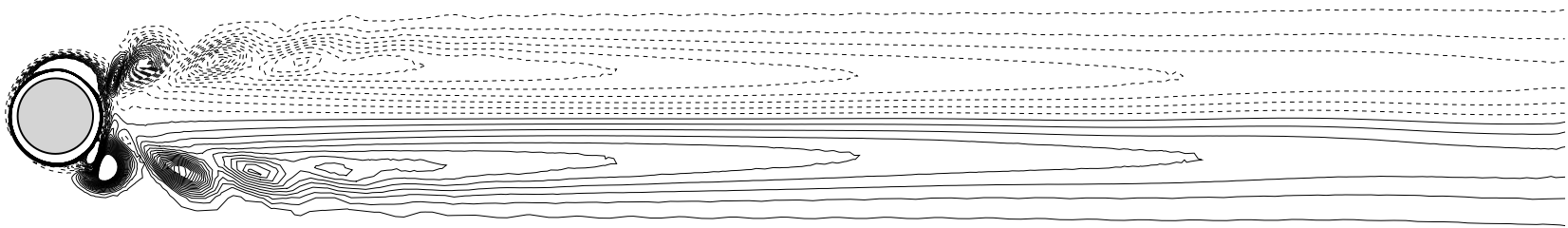


► Diminution relative du coefficient de traînée de 30% ($\mathcal{J}_0 = 1,4 \Rightarrow \mathcal{J}_{opt} = 0,99$)





Écoulement non contrôlé, $\gamma = 0$.



Écoulement contrôlé, $\gamma = \gamma_{opt}$.

Fig. : Isocontours de vorticité ω_z .

Écoulement contrôlé : Sillage proche fortement instationnaire, sillage lointain (après 5 diamètres) stationnaire et symétrique → écoulement de base stationnaire instable

