

# Géométrie linéaire et affine

## MHT413

Mention	<b>Mathématiques</b> <b>parcours Mathématiques fondamentales</b>	Sem. 4	6 ECTS
---------	---	--------	--------

UFR de Mathématiques et Informatique

Département de Mathématiques Pures

Pré-requis : MHT201, MHT301, MHT302.

Enseignant référent : Laurent Herr ([herr@math.u-bordeaux1.fr](mailto:herr@math.u-bordeaux1.fr)).

*Objectifs : Donner une présentation concise des différentes approches de la géométrie (axiomes, vecteurs et actions de groupes) et motiver l'utilisation de l'algèbre linéaire. Assimiler les notions de base sur les espaces affines (sans structure euclidienne). On insistera sur les exemples et les applications dans des domaines variés ainsi que sur l'utilisation de transformations géométriques pour la résolution de problèmes.*

	1	3	5	7	9	11	13
12 C (1h20)	X	X	X	X	X	X	X
1 DS							DS
24 TD(1h20)		X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X
2 DM				DM1		DM2	

## Programme

### 1. Introduction : Qu'est ce que la géométrie? (1-2 séances)

- Evolution de la géométrie au fil du temps: axiomes, coordonnées et vecteurs, étude des « invariants » d'un groupe « agissant » sur un « espace géométrique ». Exemples illustrant les différences de points de vue ; intérêt de l'approche par l'algèbre linéaire.
- Le vocabulaire des actions de groupes.

### 2. Exemples d'applications linéaires : projections, symétries, homothéties, affinités ; groupe linéaire, action sur les droites vectorielles (1 séance)

### 3. Généralités sur les espaces affines (4 séances)

- Sous-espaces affines d'un espace vectoriel; espace des solutions d'un système linéaire.
- Espaces affines abstraits ; mesure algébrique ; parties affinement libres ou génératrices.
- Barycentres et applications aux figures de base.
- Sous-espaces affines, hyperplans ; parallélisme et propriétés d'incidence.
- Applications affines, propriétés conservées, groupe affine ; exemples (projections, symétries, groupe des homothéties-translations, affinités) ; applications géométriques.
- Repères affines et coordonnées barycentriques, régionnement associé (dans le cas réel) ; coordonnées cartésiennes ; changements de repère et conjugaison dans le groupe affine.

### 4. Coniques affines réelles (on évoquera l'origine du mot) (2 séances)

- Classification algébrique (par les formes quadratiques) ; applications géométriques. Coniques à centre.
- Intersection avec une droite affine et tangente; coniques propres, paramétrisations rationnelles et applications arithmétiques.

### 5. Introduction à la convexité en dimension finie (sur les réels) (3-4 séances)

- Ensembles convexes, exemples ; fonctions convexes.
- Notion d'enveloppe convexe, exemples, théorème de Caratheodory.
- Convexité et hyperplans : théorème de Hahn-Banach , hyperplans d'appui, convexes fermés et intersections de demi-espaces.
- Notion de point extrémal, exemples, théorème de Krein-Milman.
- Systèmes d'inéquations linéaires : structure des polyèdres ; optimisation linéaire.

### Modalités de contrôle des connaissances

Epreuves de la session 1	Durées	Coefficients
Examen	3h	0.7
Contrôle continu, note du DS	1h20	0.3

Epreuves de la session 2	Durées	Coefficients
Examen	3h	1