

Espaces de Hilbert et analyse de Fourier

MHT613

Mention	Mathématiques, parcours Mathématiques Fondamentales	Sem. 6	6 ECTS
---------	--	--------	--------

UFR de Mathématiques et Informatique

Département de Mathématiques Pures

Pré-requis : MHT302, MHT401, MHT512.

Enseignant référent : Alain Yger (yger@math.u-bordeaux1.fr).

Objectifs : présentation des techniques d'analyse hilbertienne, des outils qui représentent les transformations de Fourier, avec les interactions entre ces divers domaines.

	1	3	5	7	9	11	13							
12 C (1h20)	X	X	X	X	X	X	X	DS	X	X	X	X		
1 DS								X						
24 TD (1h20)		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2 DM					DM1					DM2				

Programme

1. Espaces de Hilbert

- Produits scalaires. Théorème de Pythagore, inégalité de Cauchy-Schwarz, identité du parallélogramme.
- Théorème de projection.
- Aspects pratiques du théorème de projection : orthogonalisation de Schmidt, algorithmes de projections itérées.
- Bases hilbertiennes. Exemples (système trigonométrique, polynômes orthogonaux). Inégalité de Bessel, formule de Parseval.
- Dual d'un espace de Hilbert.
- Adjoint d'un opérateur. Exemples.

2. Analyse de Fourier

- Séries de Fourier : lemme de Riemann-Lebesgue ; théorèmes de Féjer ; théorie L^2 ; convergence ponctuelle.
- Transformation de Fourier des fonctions intégrables : lemme de Riemann-Lebesgue ; formule d'inversion de Fourier.
- Fourier et convolution. Fourier et dérivation.
- Théorème de Plancherel et transformation de Fourier dans L^2 . Applications.

3. Prolongements (*suggestions, suivant le temps*)

- Transformation de Fourier discrète.
- Espérance conditionnelle.
- Résolution d'équations aux dérivées partielles (chaleur, ondes, ...)
- Méthodes variationnelles.

Modalités de contrôle des connaissances

Epreuves de la session 1	Durées	Coefficients
Examen	3h	0.7
Contrôle continu, note du DS	3h	0.3

Epreuves de la session 2	Durées	Coefficients
Examen	3h	1