**Projet de cours de Mastère 2 (A. Yger)**

**Trace, courants résiduels et résidus, dualité et division**

L'objectif du cours est de présenter depuis leurs genèse (avec les résultats de Macaulay, C. Jacobi, M. Nöther, D. Hilbert, G. Hermann,..., revisités tout au long du XX-ème siècle) jusqu'aux développements les plus récents (d'inspiration plus géométrique) les outils de géométrie analytique amenés à jouer un rôle opérationnel majeur en géométrie transcendante effective (théorie des résidus tant sous l'angle cohomologique que sous l'angle "courantiel", théorie de la dualité, polynômes de Hilbert-Samuel et multiplicités afférentes). L'accent sera mis sur les questions encore ouvertes ou celles où la "traduction" algébrique des méthodes analytiques est encore mal comprise. Ce cours nécessite un bagage de base en géométrie algébrique ainsi que des connaissances en analyse complexe ; la référence [HY], complétée par un cours de base de mastère "recherche" en géométrie algébrique, peut par exemple servir de prérequis.

**Plan :**

- Intégration sur un ensemble analytique ; formule de Lelong-Poincaré.
- Courants positifs fermés et théorie de l'intersection dans le cadre propre
- Les algorithmes de Vogel-Stückrad et de Cygan-Tworzewski en théorie de l'intersection impropre
- Courants résiduels, calcul résiduel, résidus et amibes
- La division et les opérateurs noethériens d'Ehrenpreis-Palamodov : des approches classiques à l'approche récente de M. Andersson
- Dualité, formules de division effectives en géométrie algébrique
- Les notions de clôture intégrale, de "tight closure" ; les théorèmes du type Briançon-Skoda ou Lipman-Teissier (et quelques conséquences en géométrie algébrique effective)
- La notion d'infini en géométrie projective et en géométrie torique.

**Quelques références :**

[A] M. Andersson, The membership problem for polynomial ideals in terms of residue currents, to appear in Ann. Inst. Fourier.

[AW] M. Andersson, E. Wulcan, Noetherian residue currents, manuscript (accessible on arkiv).

[B] J.E. Björk, Residues and $\mathcal{D}$-modules, in *The Legacy of Niels Henrik Abel*, Oslo, 2002

[D] J.P. Demailly, Courants positifs et théorie de l'intersection, Gazette Math. 53, 1992, 131-159.

[BGVY] C.A. Berenstein, R. Gay, A. Vidras, A. Yger, *Residue currents and Bézout identities*, Progress in Math. 114, Birkhäuser, 1993.

[GH] P. Griffiths, P. Harris, *Principles of Algebraic Geometry*, Wiley Interscience, 1978.

[GKZ] I.M. Gelfand, M.M. Krapanov, A.V. Zelevinsky, *Discriminants, resultants, and multidimensional determinants*, Birkhäuser, Boston, 1994.

[HH] M. Hochster, C. Huneke, Tight closure, invariant theory and the Briançon-Skoda theorem, J. Amer. Math. Soc. 3, 1990, 31-116.

[HY] A. Hénaut, A. Yger, *Eléments de géométrie niveau $M1$*, Ellipses, Paris, 2001.

[K] J. Kollár, Effective Nullstellensatz for arbitrary ideals, J. European Math. Soc. 1, 1999, 313-337.

[PT] Mikael Passare, A. Tsikh, Residus and Amoebas, book in preparation.

[T] A. Tsikh, *Multidimensional residues and their applications*, Transl. Amer. Math. Soc 103, 1992.

[TY] A. Tsikh, A. Yger, Residue currents, J. Math. Sci, 120 (6), 2004, 1916-1971.

[TW] P. Tworzewski, Intersection theory in complex analytic geometry, Ann. Polon. Math. 62, 1995, 177-191.