

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Un précis d’algorithmique hilbertienne</b>	<b>1</b>
1.1	Espaces classiques en analyse du signal . . . . .	1
1.1.1	Espaces euclidiens ou préhilbertiens . . . . .	1
1.1.2	Un formulaire géométrique . . . . .	2
1.1.3	Complétude; notion d’espace de Hilbert; exemples . . . . .	2
1.2	Algorithmes de projection orthogonale . . . . .	5
1.3	Suites de projections orthogonales . . . . .	13
1.4	Les algorithmes du type “matching-pursuit” . . . . .	16
1.5	Bases hilbertiennes et “frames” . . . . .	20
1.6	Opérateurs normaux compacts; analyse spectrale . . . . .	26
1.7	Notes et commentaires . . . . .	30
<b>2</b>	<b>Notions de signal ou de processus</b>	<b>31</b>
2.1	Signaux déterministes . . . . .	31
2.1.1	Signaux-fonctions, signaux-distributions . . . . .	31
2.1.2	Stationnarité : point de vue déterministe . . . . .	34
2.1.3	Discrétisation des signaux continus . . . . .	40
2.2	Notion de processus . . . . .	43
2.2.1	Processus discrets . . . . .	43
2.2.2	Processus continus . . . . .	45
2.2.3	Régularisation analytique d’un processus continu et aléa de comptage des instants de passage à un seuil donné . . . . .	51
2.3	Les concepts stochastiques de stationnarité . . . . .	52
2.3.1	Stationnarité d’un processus (au sens fort) . . . . .	52
2.3.2	Stationnarité d’un processus (au sens faible) . . . . .	55
2.4	Bruits blancs, processus A.R. et A.R.M.A. . . . .	56
2.5	Notes et commentaires . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Analyse de Fourier</b>	<b>61</b>
3.1	La transformation de Fourier discrète (DFT) . . . . .	61
3.1.1	La transformation de Fourier discrète d’un signal digital (ou d’une image) et son inverse; le recentrage . . . . .	61
3.1.2	Autocorrélation glissante et WDFT . . . . .	63
3.1.3	Les estimateurs fréquentiels MUSIC . . . . .	68
3.2	Aspects algorithmiques, FFT, IFFT, FFT2, IFFT2 . . . . .	69
3.2.1	L’algorithme de Cooley-Tuckey . . . . .	69
3.2.2	Enchaînements de Gold et Winograd; corrélation cyclique . . . . .	71
3.3	Spectre d’un signal continu et propriétés . . . . .	74
3.3.1	Spectre d’un signal fonction intégrable . . . . .	74

3.3.2	Décomposition spectrale d'un signal intégrable . . . . .	77
3.3.3	Spectre des signaux d'énergie finie . . . . .	82
3.3.4	Spectre des signaux-distribution tempérés . . . . .	86
3.3.5	Prise de spectre et opération mathématique de convolution . . . . .	89
3.3.6	Le théorème d'échantillonnage et l'inégalité de Bernstein . . . . .	94
3.4	Spectre discret d'un signal périodique . . . . .	98
3.4.1	Le dictionnaire signaux périodiques/signaux discrets . . . . .	98
3.4.2	La corrélation cyclique des signaux périodiques . . . . .	101
3.4.3	Le fenêtrage fréquentiel et la corrélation cyclique . . . . .	102
3.5	Fenêtrage temporel d'un signal non stationnaire . . . . .	108
3.6	Les algorithmes d'extrapolation . . . . .	118
3.6.1	L'algorithme de Gerschberg-Papoulis . . . . .	118
3.6.2	Signaux de spectre borné et espaces de Hardy . . . . .	124
3.7	Notes et commentaires . . . . .	128
<b>4</b>	<b>Le filtrage déterministe</b> . . . . .	<b>129</b>
4.1	Les notions de système et de filtre . . . . .	129
4.1.1	Systèmes linéaires et filtres (approche heuristique) . . . . .	129
4.1.2	Filtres et opération de convolution . . . . .	132
4.1.3	Le cas particulier des filtres stationnaires . . . . .	134
4.1.4	Stationnarité et causalité . . . . .	139
4.2	Aspects pratiques du filtrage des signaux discrets . . . . .	142
4.2.1	Filtres passe-bas, passe-bande, stop-bas, stop-bande, idéaux ou approchés . . . . .	142
4.2.2	Filtrage digital et décimation . . . . .	147
4.3	La transformation de Laplace . . . . .	153
4.3.1	Signaux-distributions Laplace-transformables . . . . .	153
4.3.2	Convolution et transformée de Laplace . . . . .	159
4.3.3	Inversion de la transformation de Laplace . . . . .	161
4.4	Filtres rationnels et réalisation de systèmes . . . . .	164
4.4.1	Filtres rationnels et calcul symbolique . . . . .	164
4.4.2	Quelques formes illustrées de montage . . . . .	164
4.4.3	Cellules électriques, cellules mécaniques . . . . .	166
4.5	Le concept de stabilité . . . . .	169
4.5.1	Stabilité des filtres analogiques . . . . .	169
4.5.2	Filtres de Butterworth et de Tchebychev . . . . .	172
4.5.3	Digitalisation des filtres analogiques stables . . . . .	177
4.5.4	Un exemple de critère de stabilité . . . . .	184
4.6	Filtrage 2D, FFT optique, tomographie . . . . .	185
4.6.1	Méthodes de réassignement . . . . .	186
4.6.2	La FFT optique . . . . .	188
4.6.3	La transformation de Radon; notions de tomographie . . . . .	190
4.7	Notes et Commentaires . . . . .	194
<b>5</b>	<b>Le Filtrage Stochastique</b> . . . . .	<b>195</b>
5.1	Filtrage des processus aléatoires . . . . .	195
5.1.1	Densité spectrale de puissance d'un processus . . . . .	195
5.1.2	Action d'un filtre digital sur un processus discret . . . . .	198
5.1.3	Action d'un filtre analogique sur un processus continu . . . . .	201

5.1.4	Aspects pratiques du calcul de l'estimation spectrale stochastique . . . . .	203
5.2	Filtrage de Wiener et déconvolution . . . . .	207
5.2.1	Le filtrage de Wiener des processus discrets . . . . .	207
5.2.2	La déconvolution des processus mesurables continus . . . . .	209
5.2.3	Le filtrage de Wiener-Hopf . . . . .	213
5.2.4	Le concept de z-transformée . . . . .	216
5.3	Notes et commentaires . . . . .	217
<b>6</b>	<b>Analyse temps-échelles-fréquences</b>	<b>219</b>
6.1	L'Analyse temps-échelles . . . . .	219
6.1.1	Le concept d'analyse multi-résolution . . . . .	219
6.1.2	Pseudo-filtres miroirs en quadrature attachés à une analyse multi-résolution . . . . .	221
6.1.3	Filtres de Daubechies; analyse pratique . . . . .	228
6.1.4	Analyse multi-résolution 2D . . . . .	230
6.1.5	L'analyse temps-échelles continue . . . . .	235
6.1.6	Aspects pratiques de l'analyse temps-échelles . . . . .	238
6.2	L'analyse temps-fréquences. . . . .	244
6.2.1	Transformations de la classe de Cohen. . . . .	244
6.2.2	Les transformations de type Wigner-Ville discrètes . . . . .	248
6.3	L'analyse temps-échelles-fréquences . . . . .	252
6.3.1	L'accordéon de Malvar . . . . .	252
6.3.2	L'algorithme de segmentation SPLIT & MERGE . . . . .	254
6.3.3	La décomposition en paquets d'ondelettes . . . . .	258
6.4	Notes et commentaires . . . . .	263