

ANALYSE DE LA VARIANCE

1 Rouge Brésil.

Jean-Christophe Rufin a obtenu le prix Goncourt 2001 pour son roman Rouge Brésil. Le tableau suivant donne le nombre d'exemplaires de Rouge Brésil vendus chaque samedi, durant dix semaines consécutives à son succès, dans huit grandes librairies parisiennes.

1	20	28	33	32	44	36	19	33	28	11
2	35	28	32	35	23	24	20	16		
3	33	26	36	31	32	33	29	34	32	32
4	32	33	32	29	33	25	26	28		
5	26	26	29	20	20	21				
6	31	29	31	25						
7	26	22	22	25	12	12				
8	25	24	30	15						

On désigne par y_{ij} le nombre d'exemplaires de Rouge Brésil vendus dans la i^e librairie le j^e samedi. On suppose que pour $i = 1, 2, \dots, 8$, y_{ij} est une réalisation d'une variable aléatoire Y_{ij} satisfaisant

$$Y_{ij} = m_i + \varepsilon_{ij}$$

où $m_i \geq 0$ et (ε_{ij}) est une suite de variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

- 1) Estimer les paramètres inconnus $m = (m_1, \dots, m_8)$ et σ^2 .
- 2) Tester l'hypothèse d'égalité des ventes moyennes des 8 librairies
- 3) Les 4 premières librairies ont réalisé les ventes les plus importantes. Tester tout d'abord les contrastes des 4 premières librairies $\{1, 2, 3, 4\}$. Tester ensuite l'hypothèse d'égalité des ventes moyennes des 4 premières librairies et des 4 dernières librairies.

2 Salers.

On a relevé la production de lait en hectolitres pendant une année pour des vaches Salers dans 7 exploitations différentes des monts d'Auvergne.

Exploitation	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de vaches	9	7	7	6	7	6	6
Production moyenne	26.88	22.34	19.54	18.95	27.17	25.87	25.72
Variance	13.54	18.59	19.87	28.42	17.17	10.56	2.64

Tester l'égalité de production dans les 7 exploitations en dressant le tableau d'analyse de la variance.

3 Lapins.

On injecte à 24 lapins de l'insuline en leur donnant des doses notées A_1 , A_2 et A_3 , préparées suivant deux protocoles différents notés B_1 et B_2 . La réduction de sucre dans leur sang a été mesurée et elle a donné les résultats suivants

Réduction	B_1	B_2
A_1	17 21 49 54	33 37 40 16
A_2	64 48 34 63	41 64 34 64
A_3	62 72 61 91	56 62 57 72

On désigne par y_{ijk} la réduction de sucre dans le sang des lapins. On suppose que y_{ijk} est une réalisation d'une variable aléatoire Y_{ijk} satisfaisant pour $i = 1, 2, 3$ et $j = 1, 2$

$$Y_{ijk} = \mu + a_i + b_j + c_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad k = 1, 2, 3, 4$$

où (ε_{ijk}) est une suite de variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

- 1) Estimer les paramètres inconnus du modèle.
- 2) Tester l'hypothèse selon laquelle il n'y a pas d'interaction.
- 3) Tester l'hypothèse d'absence d'effet de chacun des 2 facteurs.

4 Sans Plomb.

On étudie la consommation d'un véhicule en fonction du type de véhicule (5 types A,B,C,D,E) et du type de ville (3 types a,b,c). On dispose de 3 répétitions pour chaque modalité.

Consommation	a	b	c
A	20.3 19.8 21.4	21.6 22.4 21.3	19.8 18.6 21.0
B	19.5 18.6 18.9	20.1 19.9 20.5	19.6 18.3 19.8
C	22.1 23.0 22.4	20.1 21.0 19.8	22.3 22.0 21.6
D	17.6 18.3 18.2	19.5 19.2 20.3	19.4 18.5 19.1
E	23.6 24.5 25.1	17.6 18.3 18.1	22.1 24.3 23.8

- 1) Estimer les paramètres inconnus du modèle.
- 2) Tester l'hypothèse selon laquelle il n'y a pas d'interaction.
- 3) Tester l'hypothèse d'absence d'effet de chacun des 2 facteurs.
- 4) Pour chacune des 3 villes, tester l'hypothèse d'homogénéité des variances.