

TD 10 : Équations différentielles linéaires d'ordre 2 et systèmes différentiels

Exercice 1, équations différentielles Déterminer la solution générale des équations différentielles suivantes :

$$y'' + 2y' - 3y = -t + 1$$

$$y'' + 2y' - 3y = e^t$$

$$y'' + 2y' - 3y = -t + 1 + e^t + \cos(t)$$

$$y'' - 3y' = 3 + t^2$$

$$y'' - 6y' + 9y = 3 + e^{3t}$$

$$y'' + y = t + \sin(t)$$

Exercice 2, Problèmes de Cauchy Déterminer les solutions (uniques !) des problèmes de Cauchy associés aux équations de l'exercice 1, avec les conditions initiales

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Exercice 3, Systèmes différentiels Donner la solution générale des systèmes d'équations différentielles suivants

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = x + y \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = -5x + 2y \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2 \\ \dot{y} = -y \end{cases} \quad (2)$$

et déterminer la solution du problème de Cauchy associé à chaque système avec les conditions initiales $x(0) = 1$ et $y(0) = 0$.