

Moi: G.L. Bureau ~~448~~ à l'IMB (Bat A 33)

email: glazzari@math.u-bordeaux1.fr

Site internet: www.math.u-bordeaux.fr/~glazzari/MOSE.html contient:

- . Notes de cours ~~les~~
- . feuilles de TD avec corrigé
- . info sur les DS et les contrôles
- . énoncé et corrigé des DS et des contrôles.

Structure du cours: contenu: systèmes linéaires, matrices, fonctions, dérivation, intégration, DL, fonctions en plusieurs variables, équadiff 1^{er} et 2^{me} ordre,

Contrôles: 4 contrôles (3 théorie + 1 de TP): 30% note finale

1 DS moitié cours: 30%

1 DS en janvier: 40%

Systèmes linéaires Donner un exemple tt. de suite. Ex. 1. (le texte)

Définitions: m, n entiers, système m équations n inconnues:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{i1}x_1 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n = b_i \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

\Rightarrow matrice complète et incomplète

$Ax = b$

$(A | b)$

a_{ij} et b_i sont nombres réels.

Solutions du système: les (c_1, \dots, c_n) qui, mis à la place des x_j ,

satisfont toutes les m équations

- une seule solution (c_1, \dots, c_n)
- une famille (infinie): structure (géométrique)?
- aucune solution

Systèmes à 2 inconnues :

ex. 1 : i) par substitution

ii) par combinaison (élimination)

ex. 2.

ex. 3.

ex. 4. ii)

Géométriquement:

2 droites

une sol: droites non parallèles;

aucune sol: droites parallèles non confondues

infinité de sol. droites parall. et confondues.

La sol. est toute la droite.

Rapels: systèmes à 2 inconnues
(Ex. 13, 14 commencés
15 12

$$\begin{cases} 3x + y + z = 1 \\ 2x + 3y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

11/09/2013

Systèmes à 3 inconnues:

méthode d'élimination, ou du pivot de Gauss.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 & S^{(1)} \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m & S^{(m)} \end{cases}$$

ex. 8

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2xy = 0 \\ 3x + y + z = 1 \end{cases}$$

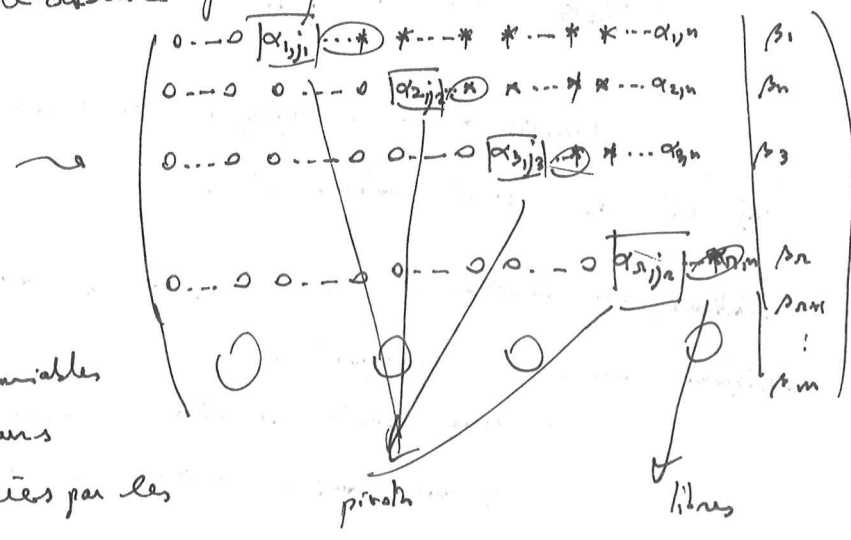
Exerc. à un pivot
Motivations: triangulaire c'est bien

Théorie générale: 3 types d'opération élémentaires sur les lignes:

1. échanger deux lignes $S^{(i)} \leftrightarrow S^{(j)}$
2. ajouter à une ligne le multiple d'une autre: $S^{(i)} \leftarrow S^{(i)} + \alpha S^{(j)} \quad \alpha \neq 1$
3. multiplication d'une ligne par un réel non nul: $S^{(i)} \leftarrow d S^{(i)} \quad d \neq 0$

Résultat un système en forme échelonnée, avec les mêmes sol. du système de départ, qui permet de déterminer plus facilement les solutions.

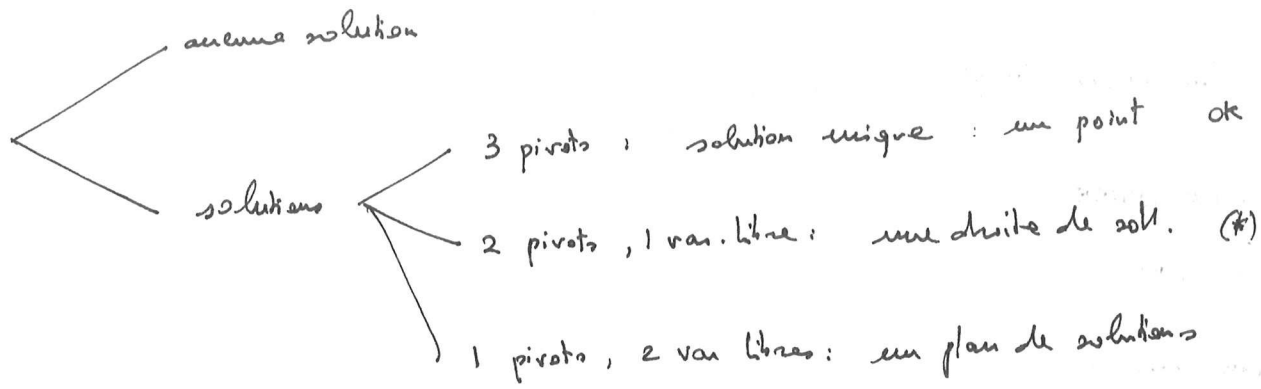
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} & | & b_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} & | & b_i \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} & | & b_m \end{pmatrix}$$



solutions: on choisit les valeurs des variables libres de façon arbitraire et les valeurs des variables pivotales sont déterminées par les libres.

concrètement,

11/09/2013



(*) Comment exprimer la solution ?

- (2) équations
- point + direction
- paramètre

Ex 7 : Équations, paramètre, point + direction.

Ex. 4 i) et iii)

Ex 9

Ex. 11.

Systèmes avec paramètre On les traite comme les systèmes sans paramètre, mais on s'interdit de diviser par toute expression qui (contenant d) qui pourrait être nulle. On cherche à arriver à la forme échelonnée de S, et à ce point on fait la discussion, ~~de~~ en distinguant les cas.

Méthode du pivot explicite point par point : Ex. 5.

J'ai le système :

$$\begin{cases} y + 3z = 3 \\ x - y + z = 0 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

Le résoudre en respectant les positions des x, y, z

$$\begin{cases} y + 3z = 3 \\ x - y + z = 0 \\ \boxed{x} + y + z = -1 \end{cases}$$

cherche je chois un pivot pour x ou

$$\begin{array}{l} \text{III} \\ \text{II} \\ \text{I} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x} + y + z = -1 \\ x - y + z = 0 \\ y + 3z = 3 \end{array} \right.$$

j'élimine x au-dessus du pivot

$$\begin{array}{l} \text{III} - \text{I} \\ \text{II} - \text{I} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x} + y + z = -1 \\ -2y + z = 1 \\ y + 3z = 3 \end{array} \right.$$

• pivot pour y? OUI

• j'élimine y au-dessus du pivot

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = -1 \\ -2y + z = 1 \\ \frac{7}{2}z = \frac{7}{2} \end{array} \right.$$

⇒ FORME ÉCHELONNÉE

• pivot pour z? OUI

⇒ solution unique

• je ~~cherche~~ détermine z:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = -1 \\ -2y + z = 1 \\ z = 1 \end{array} \right.$$

• je détermine y:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = -1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{array} \right.$$

• je détermine x:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{array} \right.$$

solution: $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ point.