Présentation du cours 361 09/09/2013

Moi : G.L. Bureau ~~xxx~~ à l'IMB (Bat A 33)

courriel : glazzari@math.u-bordeaux1.fr

Site internet : www.math.u-bordeaux.fr/~glazzari/MOSE.html contient :

- Notes de cours ~~Eco~~
- feuilles de TD avec corrigé
- info sur les DS et les contrôles
- enoncé et corrigé des DS et de contrôle.

Structure du cours : contenu : systèmes linéaires, matrice, fonctions, dérivation, intégration, DL, fonctions en plusieurs variables, équadiff $1^{er}$ et $2^{me}$ ordre,.

Contrôles : 4 contrôles (3 théorie + 1 de TP) : 30% note finale

1 DS moitié cours : 30%

1 DS en janvier : 40%

---

Systèmes linéaires Donner un exemple tt. de suite. Ex. 1. (le texte)

Définitions : $m, n$ entiers, système $m$ équations $n$ inconnues :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1,j}x_j + \dots + a_{1,n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2,n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{i1}x_1 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n = b_i \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$\Rightarrow$ matrice complète et incomplète

$Ax = \underline{b}$

$(A \mid \underline{b})$

$a_{ij}$ et $b_i$ sont nombres réels.

Solutions du système : les $(c_1, \dots, c_n)$ qui, mis à la place des $x_j$, satisfont toutes les $m$ équations

- une seule solution $(c_1, \dots, c_n)$
- une famille (infinie) : structure (géométrique) ?
- aucune solution

Systèmes à 2 inconnues :

ex. 1 : i) par substitution

ii) part iii) par combinaison (élimination)

ex. 2.

ex. 3.

ex. 4. ii)

Géométriquement : 2 droites
- ~~Une~~ 1 sol : droites non parallèles ;
- aucune sol : dtes parallèles non confondues
- infinité de sol. dtes parall. et confondues. La sol. est toute la droite.

---

Rappels : systèmes à 2 inconnues
(Ex. 13, 14 commencés
13 12

$$\begin{cases} 3x+2y+z=1 \\ 2x+3y=0 \\ x-y=1 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{2}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

11/09/2013

Systèmes à 3 inconnues : méthode d'élimination, ou du pivot de Gauss.

~~Ex. 1.~~ ~~ex. des~~ pivots

Motivations : $\boxed{\text{triangulaire c'est bien}}$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 & S^{(1)} \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m & S^{(m)} \end{cases}$$

ex. 8
$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+y=0 \\ 3x+2y+z=1 \end{cases}$$

Théorie générale : 3 types d'opération ~~élémentaires~~ sur les lignes :

1. échanger deux lignes $S^{(i)} \longleftrightarrow S^{(j)}$
2. ajouter à une ligne le multiple d'une autre : $S^{(i)} \longleftarrow S^{(i)} + \alpha S^{(j)}$ $i \neq j$
3. multiplication d'une ligne par un réel non nul : $S^{(i)} \longleftarrow \lambda S^{(i)}$ $\lambda \neq 0$

Résultat un système en forme échelonnée, avec les mêmes sol. du système de départ, qui permet de déduire plus facilement les solutions.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots\ a_{1n} & b_1 \\ \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots\ a_{in} & b_i \\ \vdots & & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \dots & a_{mn} & b_m \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 0\dots0 & \boxed{\alpha_{1,j_1}} & * \dots * & * \dots * & * \dots * & * \dots a_{1,n} & \beta_1 \\ 0\dots0 & 0\dots0 & \boxed{\alpha_{2,j_2}} & * \dots * & * \dots * & * \dots a_{2,n} & \beta_2 \\ 0\dots0 & 0\dots0 & 0\dots0 & \boxed{\alpha_{3,j_3}} & * & * \dots a_{3,n} & \beta_3 \\ & & & & & & \\ 0\dots0 & 0\dots0 & 0\dots0 & 0\dots0 & \boxed{\alpha_{r,j_r}} & * \dots a_{r,n} & \beta_r \\ & & & & & & \beta_{r+1} \\ & & 0 & & & & \vdots \\ & & & & & & \beta_m \end{array}\right)$$

pivots libres

solutions : on choisit les valeurs des variables libres de façon arbitraire et les valeurs des variables pivotales sont déterminées par les libres.

concrètement, 11/09/2013

- aucune solution
- solutions
  - 3 pivots : solution unique : un point ok
  - 2 pivots, 1 var. libre : une droite de sol. (*)
  - 1 pivots, 2 var libres : un plan de solutions

(*) comment exprimer la solution ?
- (2) équations
- point + direction
- paramètre

Ex 7 : équations, paramètre, point + direction.

Ex. 4 i) et iii)

Ex 9

Ex. 11.

Systèmes avec paramètre On les traite comme les systèmes sans paramètre, mais on s'interdit de diviser par toute expression ~~fai~~ (contenant λ) qui pourrait être nulle. On cherche à arriver à la forme échelonnée de S, et à ce point on fait la discussion, ~~des~~ en distinguant les cas.

Méthode du pivot explicite point par point : Ex. 5.

. J'ai le système :
$$\begin{cases} y + 3z = 3 \\ x - y + z = 0 \\ x + y \cancel{z4} = -1 \end{cases}$$

. Le réordonner en respectant les positions des x, y, z
$$\begin{cases} \quad\;\; y + 3z = 3 \\ x - y + z = 0 \\ \boxed{x} + y \quad\;\; = -1 \end{cases}$$

. je ~~choisis~~ cherche un pivot pour x
oui
$$\begin{array}{l} \mathrm{III} \\ \mathrm{II} \\ \mathrm{I} \end{array} \begin{cases} \boxed{x} + y \quad\;\; = -1 \\ x - y + z = 0 \\ \quad\;\; y + 3z = 3 \end{cases}$$

. j'élimine x au-dessous du pivot
$$\mathrm{II} - \mathrm{I} \begin{cases} x + y \quad\;\; = -1 \\ \quad\;\; \boxed{-2y} + z = 1 \\ \quad\;\; y + 3z = 3 \end{cases}$$

· pivot pour $y$ ? OUI

· j'élimine $y$ au-dessus du pivot

$$\mathrm{III}+\tfrac{1}{2}\mathrm{II}\quad \left\{\begin{array}{llll} \boxed{x} & +y & & =-1 \\ & \boxed{-2y} & +z & =1 \\ & & \boxed{\tfrac{7}{2}z} & =\tfrac{7}{2} \end{array}\right.$$

⟹ FORME ÉCHELONNÉE

· pivot pour $z$ ? OUI

⟹ <u>solution unique</u>

· je ~~trouve~~ détermine $z$ :

$$\left\{\begin{array}{llll} x & +y & & =-1 \\ & -2y & +z & =1 \\ & & z & = 1 \end{array}\right.$$

· je détermine $y$ :

$$\left\{\begin{array}{lll} x & +y & =-1 \\ & y & =0 \\ & & z=1 \end{array}\right.$$

· je détermine $x$ :

$$\left\{\begin{array}{ll} x & =-1 \\ y & =0 \\ z & =1 \end{array}\right.$$

<u>solution</u> : $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ point.