

Carrés magiques de taille 4.

On veut trouver ici tous les carrés magiques pandiagonaux de taille 4. On va voir qu'il y en a 384.

▼ Équations satisfaites par les coefficients

On traduit d'abord les conditions que doivent satisfaire chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale.

$$\begin{aligned} &> \text{S1:=seq(sum(a[i,j],j=0..3)=30,i=0..3);} \\ S1 &:= a_{0,0} + a_{0,1} + a_{0,2} + a_{0,3} = 30, a_{1,0} + a_{1,1} + a_{1,2} + a_{1,3} = 30, a_{2,0} + a_{2,1} + a_{2,2} \\ &\quad + a_{2,3} = 30, a_{3,0} + a_{3,1} + a_{3,2} + a_{3,3} = 30 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} &> \text{S2:=seq(sum(a[i,j],i=0..3)=30,j=0..3);} \\ S2 &:= a_{0,0} + a_{1,0} + a_{2,0} + a_{3,0} = 30, a_{0,1} + a_{1,1} + a_{2,1} + a_{3,1} = 30, a_{0,2} + a_{1,2} + a_{2,2} \\ &\quad + a_{3,2} = 30, a_{0,3} + a_{1,3} + a_{2,3} + a_{3,3} = 30 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} &> \text{S3:=seq(sum(a[i,irem(i+k,4)],i=0..3)=30,k=0..3);} \\ S3 &:= a_{0,0} + a_{1,1} + a_{2,2} + a_{3,3} = 30, a_{0,1} + a_{1,2} + a_{2,3} + a_{3,0} = 30, a_{0,2} + a_{1,3} + a_{2,0} \\ &\quad + a_{3,1} = 30, a_{0,3} + a_{1,0} + a_{2,1} + a_{3,2} = 30 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} &> \text{S4:=seq(sum(a[i,irem(3-i+k,4)],i=0..3)=30,k=0..3);} \\ S4 &:= a_{0,3} + a_{1,2} + a_{2,1} + a_{3,0} = 30, a_{0,0} + a_{1,3} + a_{2,2} + a_{3,1} = 30, a_{0,1} + a_{1,0} + a_{2,3} \\ &\quad + a_{3,2} = 30, a_{0,2} + a_{1,1} + a_{2,0} + a_{3,3} = 30 \end{aligned} \quad (1.4)$$

>

Puis on résout le système obtenu.

$$\begin{aligned} &> \text{sol:=solve(\{S1,S2,S3,S4\});} \\ sol &:= \{a_{1,2} = -a_{3,0} + 15, a_{2,1} = -a_{0,3} + 15, a_{2,3} = -a_{0,1} + 15, a_{2,2} = -a_{0,0} + 15, a_{3,3} = \\ &\quad -a_{0,3} - a_{3,0} + 30 - a_{0,0}, a_{1,1} = a_{0,0} - 15 + a_{0,3} + a_{3,0}, a_{3,1} = -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 \\ &\quad - a_{3,0}, a_{1,3} = a_{0,1} + a_{0,0} + a_{3,0} - 15, a_{2,0} = a_{0,1} + a_{0,3} - 15 + a_{0,0}, a_{0,2} = -a_{0,0} \\ &\quad - a_{0,1} + 30 - a_{0,3}, a_{3,2} = 2a_{0,0} - 30 + a_{0,1} + a_{0,3} + a_{3,0}, a_{1,0} = -2a_{0,0} + 45 \\ &\quad - a_{0,1} - a_{0,3} - a_{3,0}, a_{0,0} = a_{0,0}, a_{0,1} = a_{0,1}, a_{0,3} = a_{0,3}, a_{3,0} = a_{3,0}\} \end{aligned} \quad (1.5)$$

La commande suivante permet d'assigner les solutions. Ainsi, dans la suite du calcul, chaque membre de gauche des égalités de sol sera égal au membre de droite.

```
> assign(sol);
> a;
```

$$a \quad (1.6)$$

```
> eval(a);
table([ (1,2) = -a3,0 + 15, (2,0) = a0,1 + a0,3 - 15 + a0,0, (1,1) = a0,0 - 15 + a0,3
+ a3,0, (1,3) = a0,1 + a0,0 + a3,0 - 15, (3,2) = 2 a0,0 - 30 + a0,1 + a0,3 + a3,0,
(2,2) = -a0,0 + 15, (0,2) = -a0,0 - a0,1 + 30 - a0,3, (2,1) = -a0,3 + 15, (3,3) =
-a0,3 - a3,0 + 30 - a0,0, (3,1) = -a0,0 - a0,1 + 30 - a3,0, (2,3) = -a0,1 + 15, (1,
0) = -2 a0,0 + 45 - a0,1 - a0,3 - a3,0])
```

```
>
```

Tout carré magique pandiagonal d'ordre 4 est de la forme suivante.

```
> m:=Matrix(4,(i,j)->a[i-1,j-1]);
m:= [[ a0,0 a0,1 -a0,0 - a0,1 + 30 - a0,3 a0,3],
[ -2 a0,0 + 45 - a0,1 - a0,3 - a3,0 a0,0 - 15 + a0,3 + a3,0 -a3,0 + 15, a0,1 + a0,0
+ a3,0 - 15],
[ a0,1 + a0,3 - 15 + a0,0 -a0,3 + 15, -a0,0 + 15, -a0,1 + 15],
[ a3,0 -a0,0 - a0,1 + 30 - a3,0 2 a0,0 - 30 + a0,1 + a0,3 + a3,0 -a0,3 - a3,0 + 30
- a0,0]]
```

```
> var:=indets(m);
var:= {a0,0, a0,1, a0,3, a3,0}
```

Donc ces carrés dépendent de quatre variables. Il suffit de faire 16⁴ tests.

```
> 16^4;
65536
```

$$(1.10)$$

▼ Recherche systématique sur les 65536 possibilités

```
> testcarre:=proc(m,n)
local E,M;
E:={seq(i,i=0..n^2-1)};
M:={seq(seq(m[i,j],i=1..n),j=1..n)};
if M=E then 1 else 0 fi
end;

testcarre:=proc(m,n)
```

$$(2.1)$$

```

local  $E, M$ ,
 $E := \{ seq(i, i=0 .. n^2 - 1) \};$ 
 $M := \{ seq(seq(m[i,j], i=1 .. n), j=1 .. n) \};$ 
if  $M=E$  then 1 else 0 end if
end proc

> recherche:=proc(m,n)
  local i,j,k,l,N,Carres,b;
  N:=n^2-1;
  Carres:=NULL;
  for i from 0 to N do
    for j from 0 to N do
      for k from 0 to N do
        for l from 0 to N do
          b:=subs({var[1]=i,var[2]=j,var[3]=k,var[4]=l}
,m);
          if testcarre(b,n)=1 then Carres:=Carres,b;
        fi;
      od;
    od;
  od;
  [Carres];
end;

```

(2.2)

```

recherche:=proc(m,n)

  local i,j,k,l,N,Carres,b;
  N:=n^2-1;
  Carres:=NULL;
  for i from 0 to N do
    for j from 0 to N do
      for k from 0 to N do
        for l from 0 to N do
          b:=subs({var[1]=i,var[2]=j,var[3]=k,var[4]=l},m);
          if testcarre(b,n)=1 then Carres:=Carres,b end if
        end do
      end do
    end do
  end do;
  [Carres]
end proc

> Carres:=recherche(m,4);

```

$$\begin{aligned}
Carres := & \left[\begin{bmatrix} 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \end{bmatrix} \right] \\
& \left[\begin{bmatrix} 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \end{bmatrix} \right] \\
& \left[\begin{bmatrix} 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix} \right] \\
& \left[\begin{bmatrix} 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \end{bmatrix} \right] \\
& \left[\begin{bmatrix} 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix} \right] \\
& \left[\begin{bmatrix} 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix} \right] \\
& \left[\begin{bmatrix} 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \end{bmatrix} \right]
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \\
& \begin{bmatrix} 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

> **nops(Carres);**

384

(2.4)

> **b:=eval(subs([var[1]=1,var[2]=2,var[3]=3,var[4]=4],m));**

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 24 & 3 \\ 34 & -7 & 11 & -8 \\ -9 & 12 & 14 & 13 \\ 4 & 23 & -19 & 22 \end{bmatrix}$$

(2.5)

> **b:=<<0,1,2,3>|<4,5,6,7>|<8,9,10,11>|<12,13,14,15>>;**

$$b := \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 12 \\ 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \end{bmatrix}$$

(2.6)

> **testcarre(b,4);**

(2.7)

```
> b:=subs({var[1]=6,var[2]=11,var[3]=13,var[4]=8},m);
```

$$b := \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix}$$

(2.8)

```
> testcarre(b,4);
```

(2.9)

$$x >$$