Carrés magiques de taille 4.

On veut trouver ici tous les carrés magiques pandiagonaux de taille 4. On va voir qu'il y en a 384.

Équations satisfaites par les coefficients

On traduit d'abord les conditions que doivent satisfaire chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale.

```
> S1:=seq(sum(a[i,j],j=0..3)=30,i=0..3);
```

$$S1 := a_{0,0}+a_{0,1}+a_{0,2}+a_{0,3}=30,\ a_{1,0}+a_{1,1}+a_{1,2}+a_{1,3}=30,\ a_{2,0}+a_{2,1}+a_{2,2}+a_{2,3}=30,\ a_{3,0}+a_{3,1}+a_{3,2}+a_{3,3}=30 \quad (1.1)$$

```
> S2:=seq(sum(a[i,j],i=0..3)=30,j=0..3);
```

$$S2 := a_{0,0}+a_{1,0}+a_{2,0}+a_{3,0}=30,\ a_{0,1}+a_{1,1}+a_{2,1}+a_{3,1}=30,\ a_{0,2}+a_{1,2}+a_{2,2}+a_{3,2}=30,\ a_{0,3}+a_{1,3}+a_{2,3}+a_{3,3}=30 \quad (1.2)$$

```
> S3:=seq(sum(a[i,irem(i+k,4)],i=0..3)=30,k=0..3);
```

$$S3 := a_{0,0}+a_{1,1}+a_{2,2}+a_{3,3}=30,\ a_{0,1}+a_{1,2}+a_{2,3}+a_{3,0}=30,\ a_{0,2}+a_{1,3}+a_{2,0}+a_{3,1}=30,\ a_{0,3}+a_{1,0}+a_{2,1}+a_{3,2}=30 \quad (1.3)$$

```
> S4:=seq(sum(a[i,irem(3-i+k,4)],i=0..3)=30,k=0..3);
```

$$S4 := a_{0,3}+a_{1,2}+a_{2,1}+a_{3,0}=30,\ a_{0,0}+a_{1,3}+a_{2,2}+a_{3,1}=30,\ a_{0,1}+a_{1,0}+a_{2,3}+a_{3,2}=30,\ a_{0,2}+a_{1,1}+a_{2,0}+a_{3,3}=30 \quad (1.4)$$

```
>
```

Puis on résout le système obtenu.

```
> sol:=solve({S1,S2,S3,S4});
```

$$sol := \{a_{1,2}=-a_{3,0}+15,\ a_{2,1}=-a_{0,3}+15,\ a_{2,3}=-a_{0,1}+15,\ a_{2,2}=-a_{0,0}+15,\ a_{3,3}=-a_{0,3}-a_{3,0}+30-a_{0,0},\ a_{1,1}=a_{0,0}-15+a_{0,3}+a_{3,0},\ a_{3,1}=-a_{0,0}-a_{0,1}+30-a_{3,0},\ a_{1,3}=a_{0,1}+a_{0,0}+a_{3,0}-15,\ a_{2,0}=a_{0,1}+a_{0,3}-15+a_{0,0},\ a_{0,2}=-a_{0,0}-a_{0,1}+30-a_{0,3},\ a_{3,2}=2\,a_{0,0}-30+a_{0,1}+a_{0,3}+a_{3,0},\ a_{1,0}=-2\,a_{0,0}+45-a_{0,1}-a_{0,3}-a_{3,0},\ a_{0,0}=a_{0,0},\ a_{0,1}=a_{0,1},\ a_{0,3}=a_{0,3},\ a_{3,0}=a_{3,0}\} \quad (1.5)$$

La commande suivante permet d'assigner les solutions. Ainsi, dans la suite du calcul, chaque membre de gauche des égalités de sol sera égal au membre de droite.

```
> assign(sol);
> a;
```

$$a \tag{1.6}$$

```
> eval(a);
```

$$table([(1,2) = -a_{3,0} + 15, (2,0) = a_{0,1} + a_{0,3} - 15 + a_{0,0}, (1,1) = a_{0,0} - 15 + a_{0,3} + a_{3,0}, (1,3) = a_{0,1} + a_{0,0} + a_{3,0} - 15, (3,2) = 2\,a_{0,0} - 30 + a_{0,1} + a_{0,3} + a_{3,0}, (2,2) = -a_{0,0} + 15, (0,2) = -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{0,3}, (2,1) = -a_{0,3} + 15, (3,3) = -a_{0,3} - a_{3,0} + 30 - a_{0,0}, (3,1) = -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{3,0}, (2,3) = -a_{0,1} + 15, (1,0) = -2\,a_{0,0} + 45 - a_{0,1} - a_{0,3} - a_{3,0}]) \tag{1.7}$$

```
>
```

Tout carré magique pandiagonal d'ordre 4 est de la forme suivante.

```
> m:=Matrix(4,(i,j)->a[i-1,j-1]);
```

$$m := [[a_{0,0}, a_{0,1}, -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{0,3}, a_{0,3}], [-2\,a_{0,0} + 45 - a_{0,1} - a_{0,3} - a_{3,0}, a_{0,0} - 15 + a_{0,3} + a_{3,0}, -a_{3,0} + 15, a_{0,1} + a_{0,0} + a_{3,0} - 15], [a_{0,1} + a_{0,3} - 15 + a_{0,0}, -a_{0,3} + 15, -a_{0,0} + 15, -a_{0,1} + 15], [a_{3,0}, -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{3,0}, 2\,a_{0,0} - 30 + a_{0,1} + a_{0,3} + a_{3,0}, -a_{0,3} - a_{3,0} + 30 - a_{0,0}]] \tag{1.8}$$

```
> var:=indets(m);
```

$$var := \{a_{0,0}, a_{0,1}, a_{0,3}, a_{3,0}\} \tag{1.9}$$

Donc ces carrés dépendent de quatre variables. Il suffit de faire 16^4 tests.

```
> 16^4;
```

$$65536 \tag{1.10}$$

Recherche systématique sur les 65536 possibilités

```
> testcarre:=proc(m,n)
  local E,M;
  E:={seq(i,i=0..n^2-1)};
  M:={seq(seq(m[i,j],i=1..n),j=1..n)};
  if M=E then 1 else 0 fi
  end;
```

$$testcarre := \mathbf{proc}(m, n) \tag{2.1}$$

```
    local E, M;
    E := {seq(i, i=0..n^2 - 1)};
    M := {seq(seq(m[i,j], i=1..n), j=1..n)};
    if M=E then 1 else 0 end if
end proc
```

```
> recherche:=proc(m,n)
  local i,j,k,l,N,Carres,b;
  N:=n^2-1;
  Carres:=NULL;
  for i from 0 to N do
      for j from 0 to N do
          for k from 0 to N do
              for l from 0 to N do
                  b:=subs({var[1]=i,var[2]=j,var[3]=k,var[4]=l}
  ,m);
                  if testcarre(b,n)=1 then Carres:=Carres,b;
  fi;
              od;
          od;
      od;
  od;
  [Carres];
  end;
>
```

```
recherche := proc(m, n)                                          (2.2)
    local i, j, k, l, N, Carres, b;
    N := n^2 - 1;
    Carres := NULL;
    for i from 0 to N do
        for j from 0 to N do
            for k from 0 to N do
                for l from 0 to N do
                    b := subs({var[1] = i, var[2] = j, var[3] = k, var[4] = l}, m);
                    if testcarre(b, n) = 1 then Carres := Carres, b end if
                end do
            end do
        end do
    end do;
    [Carres]
end proc
```

```
> Carres:=recherche(m,4);
```

$$Carres := \left[\begin{bmatrix} 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \right. \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \end{bmatrix}$$

```
> nops(Carres);
```

$$384 \tag{2.4}$$

```
> b:=eval(subs([var[1]=1,var[2]=2,var[3]=3,var[4]=4],m));
```

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 24 & 3 \\ 34 & -7 & 11 & -8 \\ -9 & 12 & 14 & 13 \\ 4 & 23 & -19 & 22 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

```
> b:=<<0,1,2,3>|<4,5,6,7>|<8,9,10,11>|<12,13,14,15>>;
```

$$b := \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 12 \\ 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

```
> testcarre(b,4);
```

$$1 \tag{2.7}$$

```
> b:=subs({var[1]=6,var[2]=11,var[3]=13,var[4]=8},m);
```

$$b := \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

```
> testcarre(b,4);
```

$$1 \tag{2.9}$$

```
>
```