Master MIMSE - Année 1

Gestion des stocks

Gestion des stocks déterministe

Variantes du modèle de Wilson

Hypothèses du modèle de Wilson

- Un seul produit $\neq$ ex. multiproduit
- Horizon de temps infini $\neq$ horizon fini $\longrightarrow$ Programmation Dynamique
- Demande connue $\neq$ Gestion des stocks non-déterministe, stochastique
- continue $\neq$ Demande discrète
- et constante $\neq$ lot-sizing (cf. MRP)
- La rupture de stock est interdite $\neq$ modèle avec stock négatif
- Livraison instantanée $\neq$ délai de livraison
- Production instantanée $\neq$ modèle avec taux de production fini
- Livraison à n'importe quelle date, ou n'importe quelle quantité peut être livrée $\neq$ modèle de Wilson arrondi
- Coûts constants $\neq$ ex. avec c variant selon Q.

Modèle avec délai de livraison

- On suppose que lorsque la commande est passée, il y a un délai (fixe) L pour recevoir la livraison (laquelle arrive toujours en bloc).
- L n'intervient pas dans les coûts, donc $Q^* = EOQ$,
- toujours $T^* = EOQ/D$

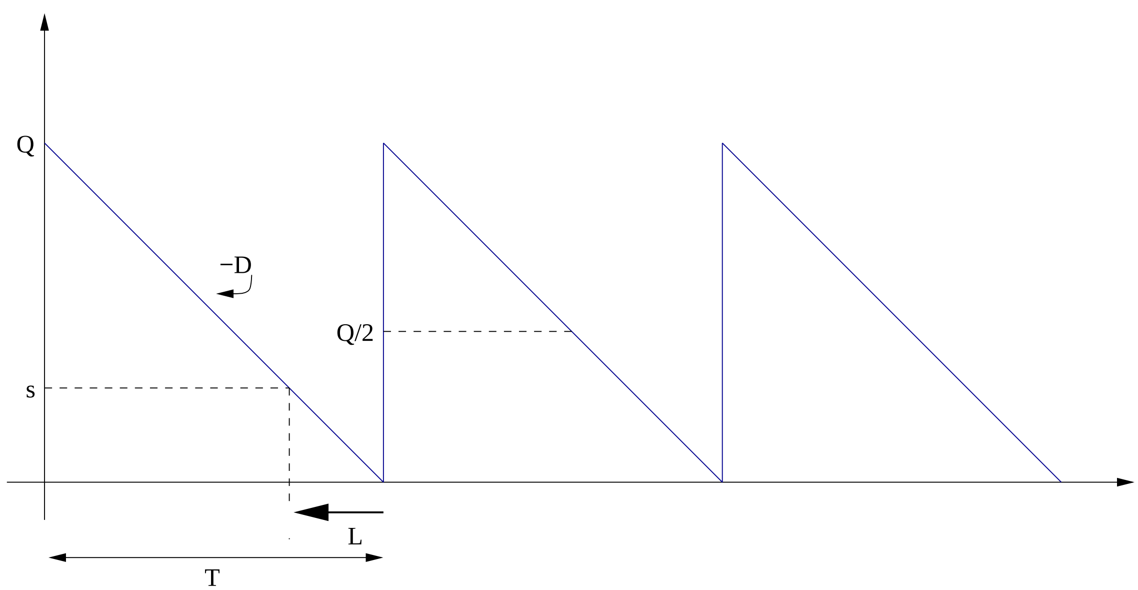

Figure 1: Modèle avec un délai de livraison

- Commander Q^* tous les T^* udt mais L udt avant que le stock ne tombe à zéro,
- Raisonner en temps = raisonner en stock
- Niveau de stock où commander (seuil d'alerte)

$$s = D\hat{L}$$

- $\hat{L} =$ reste de L/T^* (L sauf si $L > T^*$)

Modèle avec demande discrète

- La consommation est constante, mais par sauts.
- Le premier produit est consommé sitôt arrivé.

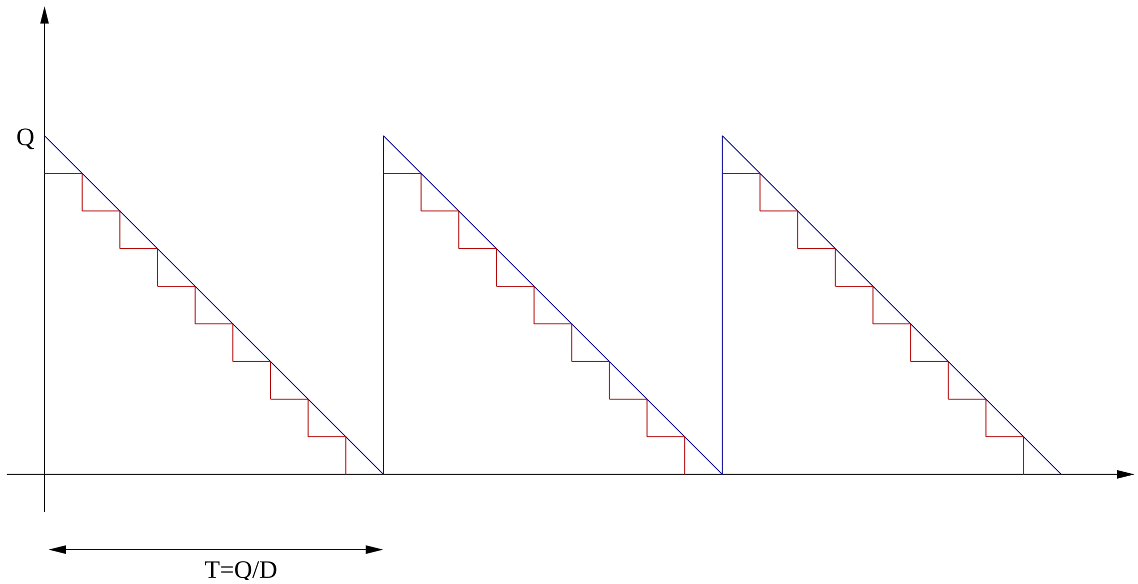

Figure 2: Modèle avec consommation par sauts discrets

- Coût par udt :

$$C(Q) = \frac{KD}{Q} + cD + h\frac{(Q-1)}{2}$$

- optimisé (en continu) en $Q^* = EOQ$
- Q_{opt} s'obtient en arrondissant Q^*
- Tester vers le haut ou vers le bas
- Pas très important en pratique ("plateau d'optimalité")

Modèle avec taux de production fini -1-

- Livraison en bloc $\neq$ production à taux fini.
- Production arrive au fur et à mesure que l'on produit
- Arrivées supposées connues, continues et constantes
- Taux p de production pendant période T_1
- avec une consommation qui a toujours lieu
- Deux flux en sens inverses : production p et consommation D donc un flux global de $p - D$.
- Puis consommation pure pendant T_2
- Ca ne marche que si $p \geq D$!
- (si $p = D$, on produit et on consomme au même rythme donc pas de stock)
- (on suppose $p > D$)

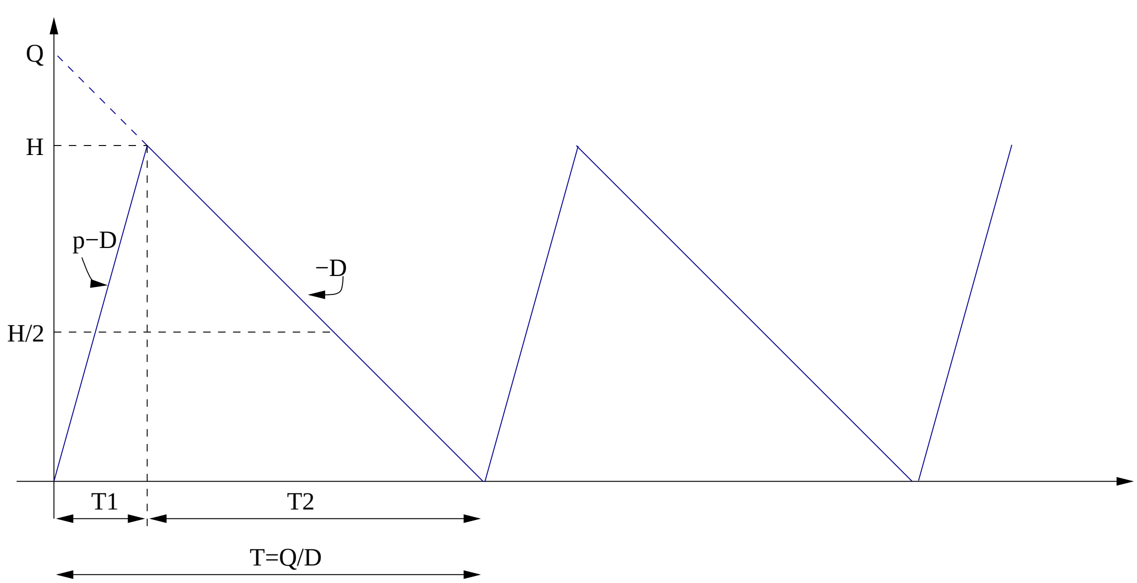

Figure 3: Modèle avec taux de production fini

Modèle avec taux de production fini -2-

- Stock max $H < Q$!
- Stock moyen $H/2$
- $Q = pT_1 = DT$ donc $T_1 = \frac{D}{p}T$
- $H = (p - D)T_1 = \lambda Q$ avec $\lambda = 1 - \frac{D}{p}$
- Coût par udt :

$$C(Q) = \frac{KD}{Q} + cD + h\lambda\frac{Q}{2}$$

- Donc

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{\widehat{h}}}$$

avec $\widehat{h} = (1 - \frac{D}{p})h$

- Simple modification de l'EOQ...
- Puis $H, T_1, T_2...$
- Si $p >> D$ on retrouve l'EOQ.

Modèle avec rupture de stock autorisée

- Rupture de stock autorisée
- Au maximum r
- Demande satisfaite après nouvelle livraison
- Pénalités p par item en rupture : coût (par cycle) pr
- Modèle à stock négatif (taux de production infini) :

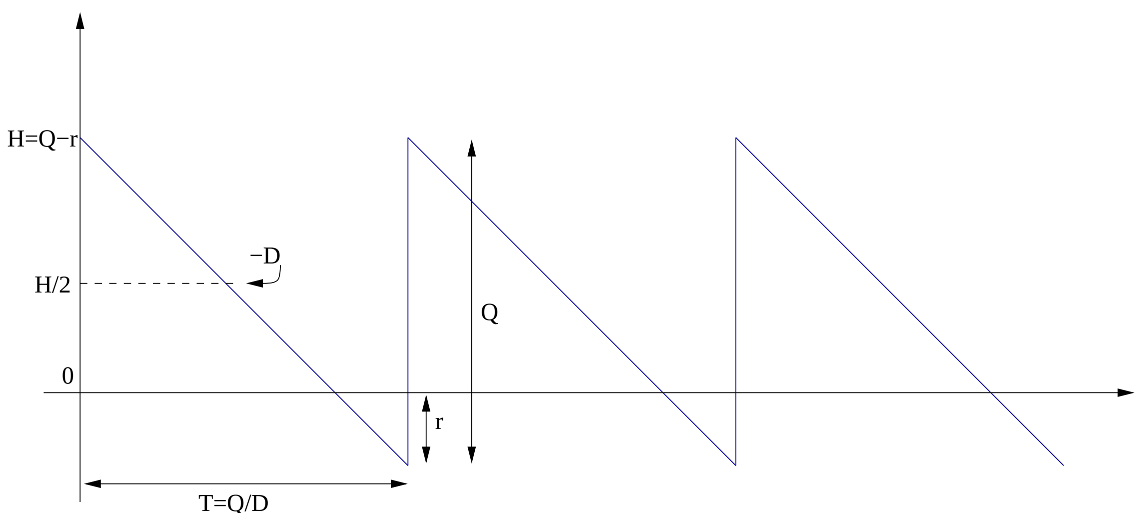

Figure 4: Modèle avec rupture de stock

- Hauteur moyenne = Hauteur max/2 = $(Q - r)/2$
- Coût par udt :

$$C(Q, r) = \frac{KD}{Q} + cD + h\frac{Q - r}{2} + pr\frac{D}{Q}$$

Analyse du modèle

- Coût par udt :

$$C(Q,r) = \frac{KD}{Q} + cD + h\frac{Q-r}{2} + pr\frac{D}{Q}$$

- On différencie :

$$\frac{\partial C}{\partial r} = -\frac{h}{2} + p\frac{D}{Q} = 0$$

d'où

$$Q^* = 2\frac{pD}{h}$$

et

$$\frac{\partial C}{\partial Q} = -\frac{(K+pr)D}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

d'où

$$r^* = \frac{2pD}{h} - \frac{K}{p}$$

- On remarque que $H_{max} = \frac{K}{p}$.
- ... à condition que $r^* > 0...$

Modèle avec coût unitaire variable

- Coûts unitaires souvent dégressifs :
  - effets d'économies d'échelle
  - ristournes, gestes commerciaux
  - négociations
  - fournisseurs différents...
- Soit coût variable reste proportionnel à la demande, mais c diminue selon Q (cas 1)
- Soit c_1 par item pour les Q_1 premiers items
- puis $c_2 < c_1$ par item supplémentaire, etc. (cas 2)
- c intervient dans cD (donc $c(Q)D$, plus constant)
- mais aussi dans $h = Ic$ donc $hQ/2 = IQc(Q)/2$!

Cas 1

- $c = c_1$ si $Q < Q_1$, c_2 si $Q_1 \leq Q \leq Q_2$ etc.

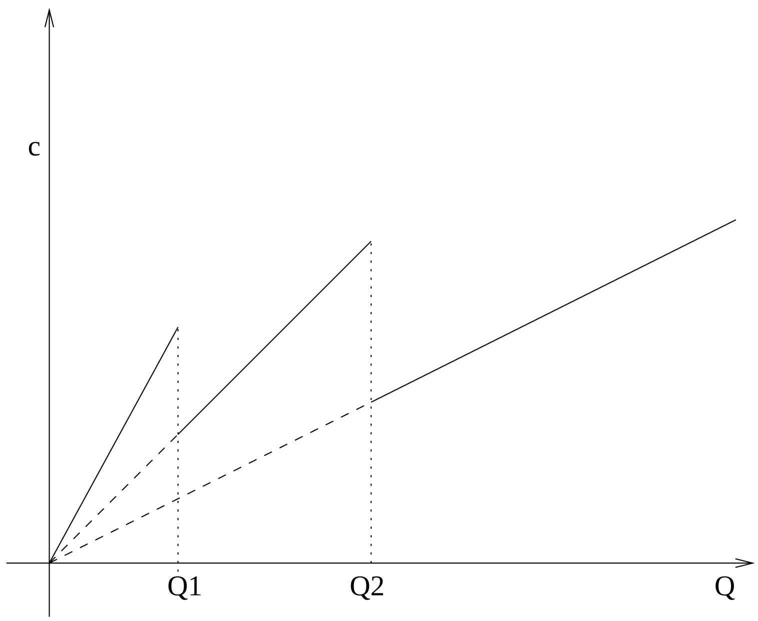

Figure 5: Coût dégressif proportionnel

- c n'est pas continu en Q donc $C(Q)$ non plus.
- Pour chaque intervalle, une formule classique de $C(Q)$ donc
- Q_i^* soit à l'EOQ correspondante si c'est dans l'intervalle,
- soit à la borne la plus proche.
- Tester les valeurs obtenues.

Cas 2

- Coût variable total $C_{total} = c_1 Q$ si $Q \leq Q_1$,
- puis $C_{total} = c_1 Q_1 + c_2(Q - Q_1)$ si $Q_1 \leq Q \leq Q_2$ etc.

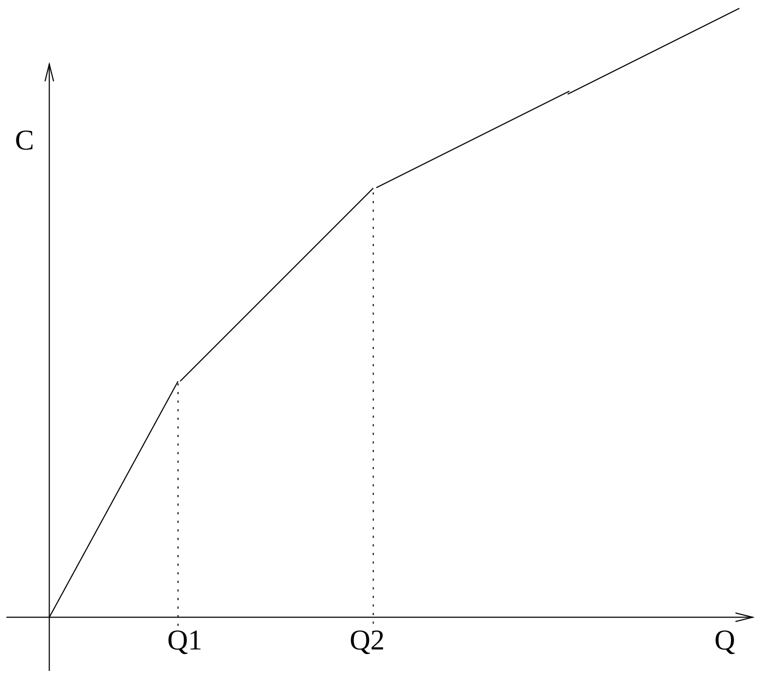

Figure 6: Coût dégressif continu

- C_{total} est continu en Q donc $C(Q)$ est continu.
- Quelle valeur de c prendre ?
- On prend $c_{moy} = \dfrac{C_{total}(Q)}{Q}$.
- Formules d'EOQ plus complexes
- EOQ $\in$ intervalle ? Sinon prendre la borne la plus proche.
- Comparer les valeurs obtenues.

Cas multiproduits

- n produits,
- Une seule ligne de production (donc un seul produit est fabriqué à la fois)
- Temps de set-up : avant de commencer la fabrication d'un produit i, on arrête la machine pendant un temps σ_i (nettoyage, changement de machines, réglages...)
- On considère une production cyclique de période T
- Une seule période de production par produit par cycle.
- Chaque produit a un taux de production p_i et de demande D_i.

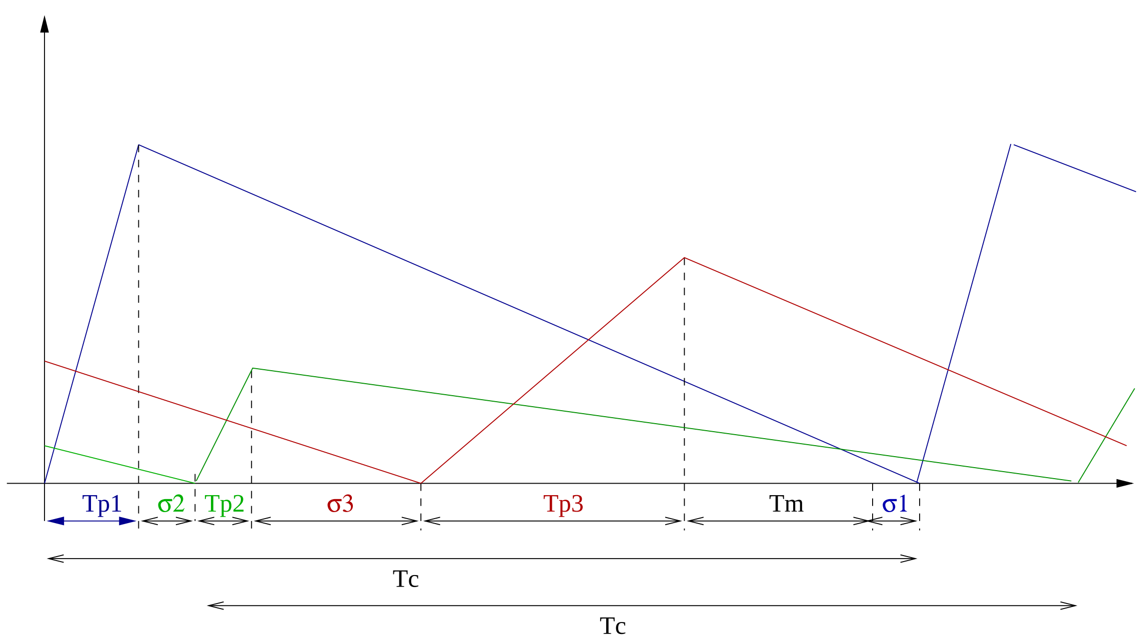

Figure 7: Production cyclique multi-produit

Cas multiproduits

- Pour qu'une solution existe, il faut que pour chaque produit i on ait $p_i > D_i$, mais il y a plus fort.
- En fait $T_{pi} = \frac{D_i}{p_i} T$ et comme on doit avoir $T > \sum_i T_{pi}$ on a :
- Théorème : Une solution existe **ssi**

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{p_i} < 1.$$

- Le coût pour chaque produit est

$$C(Q_i) = \frac{K_i D_i}{Q_i} + c_i D_i + \widehat{h}_i \frac{Q_i}{2}$$

  or $Q_i = T D_i$
- d'où

$$C(T) = \frac{\sum_i K_i}{T} + \sum_i c_i D_i + T \sum_i \widehat{h}_i \frac{D_i}{2}.$$

- En dérivant on trouve

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_i K_i}{\sum_i \widehat{h}_i D_i}}.$$

- Or $T > \sum_i \frac{D_i}{p_i} T + \sum_i \sigma_i$ donc $T > \frac{\sum_i \sigma_i}{1 - \sum_i \frac{D_i}{p_i}} = T_{min}$.
- Donc

$$T_{opt} = \max\{T^*, T_{min}\}.$$