# Recherche de corps de fonctions avec un grand nombre de places rationnelles

Magali Rocher

*Résumé :*

Bien que la recherche de courbes algébriques avec un grand nombre de points rationnels soit un domaine d'étude en plein essor, on ne connaît pas à ce jour de formules explicites donnant le nombre maximal de points rationnels pour les courbes de genre $g > 2$. On dipose seulement de bornes inférieures et supérieures, les bornes inférieures étant obtenues par des constructions plus ou moins explicites de courbes (travaux de Hansen et Stichtenoth, van der Geer et van der Vlugt, Niederreiter...) et les bornes supérieures provenant de l'étude de la fonction zéta de certains corps de fonctions.

Une approche équivalente à la recherche de courbes algébriques avec beaucoup de points rationnels est la recherche de corps de fonctions avec un grand nombre de places rationnelles . L'idée est en effet de remplacer la courbe algébrique $X$ définie sur un corps $F_q$ et dôtée de bonnes propriétés par son corps de fonctions algébriques $K = F_q(X)$.

Le but de ces exposés est dès lors d'expliciter des exemples de corps de fonctions avec un grand nombre de places rationnelles, en spécialisant l'étude sur les corps de classes de rayons étudiés par Roland Auer dans sa thèse : les $K_S^m$ où $S$ est un ensemble non vide de places de $K$ et m un $S$-cycle, c'est à dire un diviseur effectif de K à support disjoint de $S$. $K_S^m$ désigne alors la plus grande extension abélienne $L$ de $K$, de conducteur inférieur ou égal à $m$ et telle que toutes les places de $S$ se décomposent totalement dans $L$.

Roland Auer a réussi à calculer le genre, le degré, le nombre de places rationnelles, ainsi qu'à de déterminer des équations pour certaines extensions $K_S^m$, avec $S$ et $m$ choisis spécifiquement.

Dans le premier exposé, je propose une série de rappels sur la théorie des corps de fonctions. Ces rappels étant faits, mon deuxième exposé (qui suit les grandes lignes de la thèse de Roland Auer) est plus spécifiquement consacré à la construction et l'étude des corps de classes de rayons : $K_S^m$.