**Nom :** 2015/2016
**Prénom :** ENSTBB-IPB

# Mathématiques
## Test de rentrée 1ère année

durée : 1h - Sans calculatrice

Répondre sur cette feuille- réponse finale exclusivement dans les cases prévues à cet effet mais les calculs intermédiaires peuvent être écrits à l'extérieur des cases, c'est même souhaitable!

**Exercice 1.**

| Hypothèses | Question | Réponse |
|---|---|---|
| $f(x) = \ln(2x)$ et $g(x) = x^3 - 1$ | Déterminer $f \circ g$ | |
| $f(x) = \ln\left(x^2 - 3x + 2\right)$ | Déterminer la dérivée de $f$ | |
| $g(x) = \sqrt{1 + x^2}$ | Déterminer la dérivée seconde de $g$ (forme simplifiée attendue) | |
| $p(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$ | Déterminer une primitive de $p$ | |
| $h(x) = x\cos(x)$ | Calculer une primitive de $h$ | |
| $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$ | Calculer $AB$ | |
| $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ | Montrer à partir de la question précédente que $A$ n'est pas inversible | |
| Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ | Calculer $A^{-1}$ | |
| Soit le système $\begin{cases} 3x + 4y & = -6 \\ 2x + 5y & = 10 \end{cases}$ | Le résoudre | |
| Soient $A = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$, $u = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ | Pour quelles valeurs de $m$ le système $Au = b$ admet-il une unique solution ? | |

**Exercice 2.**

1. Soient les nombres complexes suivants $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ et $z = \dfrac{z_1}{z_2}$

| Question | Réponse |
|---|---|
| forme exponentielle de $z_1$ | |
| forme exponentielle de $z_2$ | |
| forme algébrique de $z$ | |
| forme exponentielle de $z$ | |

2. Soit le nombre complexe $z_1 = -1 + 2i$. On donne les valeurs approchées à $10^{-3}$ suivantes: $\pi \approx 3.142$, $\arctan(0) = 0$, $\arctan(-1/2) \approx -0.464$, $\arctan(-1) \approx -0.785$ et $\arctan(-2) \approx -1.107$

| Question | Réponse |
|---|---|
| donner le module de $z$ | |
| Que vaut la tangente de $\theta$ l'argument de $z$ | |
| donner l'argument principal de $z$ ie appartenant à l'intervalle $]-\pi;\pi]$ | |

**Exercice 3.**

1. Soit l'équation différentielle (E) $\begin{cases} y'(x) - 2y(x) = 5x - 1 \\ y(0) = 3 \end{cases}$

| Question | Réponse |
|---|---|
| Donner l'équation homogène de (E) | |
| la solution générale de l'équation homogène de (E) | |
| une solution particulière de (E) | |
| les solutions de (E) | |
| la solution de (E) vérifiant $y(0) = 3$ | |

2. Montrer que $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$ à l'aide des formules d'Euler.

| | Question | Réponse |
|---|---|---|
| 3. | Résoudre sur $I = ]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ <br> $y'(x) + \tan(x)y(x) = \sin(2x)$ <br> $y(0) = 1$ | |

**Exercice 4.**

| Question | Réponse |
|---|---|
| Calculer $I = \int_0^1 \frac{1}{3-x} dx$ | $I =$ |
| L'intégrale $J = \int_0^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ est-elle convergente ? (justifier) | oui non |