



Département
Licence

K1BE6W14 Biomodélisation
Mathématiques TD exercices 1
Ph. Thieullen

Feuille d'exercices 1

Exercice 1.

- Murray : 2.1 (i)
- Murray : 2.1 (iii)

Exercice 2. On s'intéresse au nombre de globules rouges dans le sang. Une fraction f de cellules disparaît journalièrement. Par ailleurs, la moelle épinière en produit régulièrement pour compenser cette perte. On note S_t et M_t les nombres de globules rouges dans le sang et ceux qui seront disponibles par la moelle épinière le lendemain. On suppose que le corps réagit de sorte qu'à chaque instant, γS_t représente le nombre de globules rouges que la moelle épinière doit prévoir. Montrez qu'on doit avoir $\gamma = f$ pour que le nombre de globules dans le sang reste constant.

Exercice 3. On reprend le problème de croissance d'une population de lapins. On ne considère que des paires de lapins pour simplifier. Les paires de lapins sont classées selon 3 tranches d'âge : les nouveaux-nés et les lapins âgés de 1 ou 2 mois ; les autres lapins plus âgés ne nous intéressent pas. On suppose que seules les paires de 1 ou 2 mois peuvent se reproduire et donnent alors naissance à une paire unique de nouveaux-nés.

On note A_t, B_t, C_t le nombre de paires de lapins qui sont respectivement, nouveaux-nés, âgés de 1 et 2 mois. Tracez le graphe du cycle de vie, puis déterminez les équations d'évolution de chaque variable. Montrez qu'on a

$$\begin{aligned} A_{t+1} &= A_t + B_t, \\ B_{t+1} &= B_t + C_t, \\ C_{t+1} &= C_t. \end{aligned}$$

Exercice 4. On considère un problème de croissance d'un certain organisme par addition successive de branches à chaque cycle. La structure formée est un arbre. On identifie 3 types de branches : les branches de dernière génération (ou branches terminales), d'avant dernière génération, et de génération ancienne. A chaque cycle, une branche d'une génération donnée passe à la génération suivante. La croissance de l'organisme est différente selon le type de branche :

- Une branche de dernière génération peut produire à son extrémité 1 ou 2 branches. La proportion de branches qui se dédoublent est en moyenne égale à q ; la proportion de branches qui s'allongent seulement est donc égale à $1 - q$.

- Une branche d'avant dernière génération peut produire latéralement une nouvelle branche. La création de telles branches est indépendante du processus de création des branches terminales. La proportion de branches d'avant dernière génération donnant naissance à une branche latérale est égale à r .

- Une branche de génération ancienne ne produit plus de branches.

On introduira les variables A_t, B_t, C_t , décrivant respectivement le nombre de branches de dernière génération, d'avant dernière génération et de génération ancienne. Dessinez le graphe du cycle de vie, déterminez les équations d'évolution de chaque variable, puis montrez qu'on obtient

$$A_{t+1} = (1 + q)A_t + rA_{t-1}.$$

Exercice 5.

- Murray : 2.2
- Murray : 2.4