



Université Bordeaux 1
Département Licence

Année 2005–2006 26 octobre 2005
SVTE SVT 101
Mathématiques Durée : 1h20
Ph. Thieullen

Remarque : La calculatrice Bordeaux 1 est autorisée. Aucun autres documents n'est autorisé. Les exercices sont indépendants et devront être rédigés sur feuille séparée.

Exercice 1. On se propose de calculer la primitive et l'intégrale suivantes :

$$F(x) = \int \frac{x+1}{(2x+1)^2} dx, \quad I = \int_0^1 \frac{x+1}{(2x+1)^2} dx.$$

1. Déterminer a et b tels que $x+1 = a(2x+1) + b$.
2. Déterminer une primitive de $g(x) = 1/(2x+1)$ et de $h(x) = 1/(2x+1)^2$.
3. Déterminer $F(x)$ et la valeur de I .

Exercice 2. On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad 2y' + y = xe^{-\frac{1}{2}x} + \sin(x).$$

1. Résoudre l'équation homogène.
2. En vue de résoudre l'équation avec second membre, énoncer le principe de superposition des solutions.
3. Déterminer la solution générale de l'équation (E) .

Exercice 3. On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad y'' - y = (2x+1)e^x.$$

1. Résoudre l'équation homogène.
2. Déterminer une solution particulière puis la solution générale de (E) .
3. Déterminer la solution de (E) vérifiant $y(0) = -\frac{1}{2}$ et $y'(0) = \frac{1}{2}$.

Exercice 4. On considère une espèce diploïde. On admet qu'un certain caractère est déterminé par un couple d'allèles de type A ou a . Trois génotypes sont donc réalisables : AA , Aa et aa . On suppose aussi qu'aux trois génotypes possibles, correspondent seulement deux phénotypes appelés : D pour AA et Aa et R pour aa . Lors du croisement de deux individus, le génotype du descendant est composé d'un des deux allèles de chaque individu. Le sexe de l'individu n'intervient pas dans la suite.

1. On considère le croisement de deux individus de génotype Aa . Déterminer les probabilités des différents génotypes possibles d'un descendant. Reprendre cette question avec le croisement d'un individu de génotype AA et d'un individu de génotype Aa .
2. On considère une population \mathcal{P}_0 d'individus de type uniquement D . On note $u_0 = \frac{1}{3}$ et $v_0 = \frac{2}{3}$, les probabilités pour qu'un individu choisi au hasard dans \mathcal{P}_0 soit de génotype AA et Aa . On appelle \mathcal{P}_1 la génération suivante.

On demande de déterminer les probabilités u_1 , v_1 et w_1 pour qu'un individu dans \mathcal{P}_1 soit de génotype AA , Aa ou aa . (Indication : on introduira comme événement élémentaire, un triplet (G_1, G_2, G_3) rassemblant les génotypes des deux parents de la génération \mathcal{P}_0 ainsi que le génotype du descendant. On pourra ensuite s'aider d'un arbre de probabilité.)

Barème indicatif : 50 points, 50 points, 50 points, 50 points.