

Topologie des espaces métriques

MHT412

Mention	Mathématiques parcours Mathématiques fondamentales	Sem. 4	6 ECTS
---------	---	--------	--------

UFR de Mathématiques et Informatique

Département de Mathématiques Pures

Pré-requis : MHT202.

Enseignant référent : Etienne Matheron (matheron@math.u-bordeaux1.fr).

Objectifs : introduction aux fondements de la topologie illustrée par l'analyse fonctionnelle.

	1	3	5	7	9	11	13
12 C (1h20)	X	X	X	X	X	X	X
1 DS						DS	
24 TD(1h20)		X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X
2 DM				DM1		DM2	

Programme

1. Espaces métriques et espaces vectoriels normés

- Distances et normes. Exemples.
- Suites convergentes.
- Vocabulaire topologique : ouverts, fermés, intérieur, adhérence, frontière, voisinage d'un point. Notion d'espace topologique.
- Continuité. Caractérisation en termes d'images réciproques.
- Continuité uniforme. Applications lipschitziennes.
- Normes équivalentes. Equivalence des normes en dimension finie.
- Caractérisation de la continuité pour une application linéaire. Cas de la dimension finie.
- Norme d'une application linéaire continue.
- Parties denses d'un espace métrique. Exemples.
- Sous-espace d'un espace métrique ; topologie induite.
- Produits finis d'espaces métriques.

2. Espaces complets

- Espaces métriques complets, espaces de Banach. Exemples.
- Séries convergentes et absolument convergentes dans un espace de Banach.
- Parties d'un espace métrique complètes pour la distance induite.
- Théorème des fermés emboîtés.
- Théorème du point fixe.

3. Compacité

- Espaces métriques compacts. Exemples.
- Parties compactes d'un espace métrique ; compacts et fermés.
- Caractérisation des compacts en dimension finie.
- Produits finis de compacts.
- Théorème des compacts emboîtés.
- Image continue d'un compact.
- Continuité et continuité uniforme.

3. Connexité

- Espaces connexes. Exemples.
- Parties connexes de \mathbf{R} .
- Image continue d'un connexe.
- Connexité par arcs. Equivalence des deux notions pour un ouvert d'un espace vectoriel normé.
- Composantes connexes.

Modalités de contrôle des connaissances

Epreuves de la session 1	Durées	Coefficients
Examen	3h	0.7
Contrôle continu, note du DS	1h20	0.3

Epreuves de la session 2	Durées	Coefficients
Examen	3h	1

