

Géométrie projective

MHT614

Mention	Mathématiques parcours Mathématiques fondamentales	Sem. 6	6 ECTS
---------	---	--------	--------

UFR de Mathématiques et Informatique

Département de Mathématiques Pures

Pré-requis : MHT201, MHT301, MHT411, MHT413, MHT611.

Enseignant référent : Laurent Herr (herr@math.u-bordeaux1.fr).

Objectifs : Assimiler les notions de base sur les espaces projectifs, avec une ouverture sur des géométries non euclidiennes (sphère de Riemann, plan hyperbolique) plus fouillée que dans le module de géométrie affine euclidienne MPU601. On montrera comment la géométrie projective contient les autres géométries.

	1	3	5	7	9	11	13						
12 C (1h20)	X	X	X	X	X	X	X	DS	X	X	X	X	
1 DS								X					
24 TD (1h20)		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2 DM					DM1					DM2			

Programme

1. Notion de droite projective sur un corps (4 séances)

- Généralités ; homographies entre droites projectives ; birapport de 4 points.
- Sphère de Riemann.
- Projection stéréographique ; image du groupe (spécial) orthogonal.
- Birapport et cocyclicité (ou alignement) ; formule des 6 birapports et applications.
- Propriétés géométriques des homographies de la droite projective complexe.
- Inversions et anti-homographies, description du groupe circulaire.
- Modèles pour le plan hyperbolique.

2. Notion d'espace projectif sur un corps (4 séances)

- Motivation: perspective et points à l'infini ; idée d'adjonction des directions des droites d'un plan affine pour éliminer le parallélisme.
- Espaces et sous-espaces projectifs.
- Dualité projective ; faisceaux de droites dans un plan projectif.
- Repères projectifs et coordonnées homogènes.
- Groupe des homographies, propriétés conservées, exemples (projections centrales ou perspectives, homographies entre droites dans un plan projectif) ; applications.
- Théorèmes de Pappus et Desargues ; lien avec l'approche algébrique de la géométrie.
- Liaison affine-projectif : structure affine sur le complémentaire d'un hyperplan projectif, éléments à l'infini d'un espace affine ; envoi d'un hyperplan à l'infini.

3. Notion de conique projective (4 séances)

- Définition et classification sur les réels, les complexes et un corps fini.
- Position par rapport à une droite projective, tangente ; coniques projectives propres.
- Coniques projectives et coniques affines ; applications.
- Structure de droite projective et birapport de 4 points sur une conique propre (théorème de Chasles-Steiner).
- Polarité et applications (théorèmes de Pascal et Brianchon...).
- Complexification et points cycliques : interprétation d'une structure euclidienne sur un plan affine réel et propriétés métriques des coniques propres réelles par le projectif.

Modalités de contrôle des connaissances

Epreuves de la session 1	Durées	Coefficients
Examen	3h	0.7
Contrôle continu, note du DS	1h30	0.3

Epreuves de la session 2	Durées	Coefficients
Examen	3h	1

