ANALYSE COMPLEXE ET DISTRIBUTIONS

Errata

Page 12, ligne -3 : *la formule est* :

$$\partial \Phi = \sum_\gamma m_\gamma \, \gamma \,,$$

Page 13, ligne 19 et suivantes : l'identité algébrique (1.12) est de fait une identité formelle, qui n'a de sens concret que si le simplexe élémentaire φ est de classe C^2 ; de fait, la preuve de la formule de Stokes au second cran pour un simplexe élémentaire φ et une 1-forme ω devrait être faite en toute rigueur dans un premier temps lorsque φ est supposée de classe C^2 sur $\overline{\Delta}$; le résultat s'en déduirait ensuite lorsque φ est C^1 par exemple en exploitant une régularisation de φ par convolution avec une suite de noyaux C^∞ approximants $(\rho_n)_{n\geq 1}$, la suite $(\varphi*\rho_n)_{n\geq 1}$ convergeant jusqu'à l'ordre 1, ce qui est suffisant, uniformément sur tout compact de l'ouvert où φ est définie (voir aussi la section 3.4, pages 156-158).

Page 17, ligne -2 : *il faut lire* : "... sur la figure 1.3 dans ..."

Page 29, lignes 6 à 13 : comme me l'a signalé mon collègue Bernard de Mathan, la juxtaposition du préfixe *holo* (entier) er de *morphos* dans le terme *holomorphe* pourrait, plutôt que de souligner le concept de rigidité géométrique que j'évoque (la conformité), rendre compte des propriétés des *êtres de forme entière* ; on pense alors plutôt à la rigidité sous-jacente au principe du prolongement analytique (théorème 2.10 du cours). On peut se demander alors quelle est la bonne interprétation. Nouvelles plus récentes : selon mon collègue Eric Charpentier, le terme "holomorphe" aurait été "inventé" par Briot et Bouquet (dans un de leurs articles) et la juxtaposition de *holo* et de *morphos* relèverait de la notion de série entière (les exposants intervenant dans les monômes sont entiers). À suivre encore, donc...

Page 37, ligne 1 : *lire en fin de ligne* $1/l \leq R$.

Page 39 : *la preuve des lemmes 2.1 et 2.2 est entachée d'une erreur portant sur la définition des* Σ_k *; voici la version correcte du début de cette page.*

Preuve des lemmes 2.1 et 2.2. Fixons deux entiers n et p avec $p > n$ et (ω_1, ω_2) dans $\Omega_1 \times \Omega_2$. On a

$$\sum_{k=n+1}^{p} u_k(\omega_1) v_k(\omega_2) = \sum_{k=n+1}^{p} u_k(\omega_1)[\Sigma_k(\omega_2) - \Sigma_{k+1}(\omega_2)] \,,$$

où l'on a posé

$$\Sigma_k(\omega_2) = \sum_{l=k}^{\infty} v_l(\omega_2) \,, \quad \omega_2 \in \Omega_2 \,, \ k \in \mathbb{N} \,.$$

Une ré-organisation de la somme ci-dessus (ici intervient le mécanisme d'intégration par parties discrète, ou encore *procédé sommatoire d'Abel*) nous donne

$$\begin{aligned}\sum_{k=n+1}^{p} u_k(\omega_1)v_k(\omega_2) &= u_{n+1}(\omega_1)\Sigma_{n+1}(\omega_2) + \sum_{n+1<k<p} \Sigma_k(\omega_2)(u_k(\omega_1) - u_{k-1}(\omega_1)) \\ &\quad -\Sigma_{p+1}(\omega_2)u_p(\omega_1)\,.\end{aligned}$$

Si l'on se place sous les hypothèses du lemme 2.1 et que l'on suppose par exemple que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite de fonctions monotone croissante, on a donc

$$\begin{aligned}\Big|\sum_{k=n+1}^{p} u_k(\omega_1)v_k(\omega_2)\Big| &\leq |u_{n+1}(\omega_1)|\,|\Sigma_{n+1}(\omega_2)| + [u_p - u_{n+1}](\omega_1)\Big(\max_{n+1<k<p}|\Sigma_k(\omega_2)|\Big) \\ &\quad +|\Sigma_{p+1}(\omega_2)||u_p(\omega_1)| \\ &\leq 4M \max_{n+1\leq k\leq p+1}|\Sigma_k(\omega_2)|\,.\end{aligned}$$

Page 39, ligne -5 : *la formule est*

$$\Big|\sum_{k=n+1}^{p} u_k(\omega_1)v_k(\omega_2)\Big| \leq 3\widetilde{M} \max_{n+1\leq k\leq p+1}|\Sigma_k(\omega_2)|\,.$$

Page 56, ligne -8 : *lire* "strictement croissante" au lieu de "strictement monotone".

Page 61, ligne -5 : *lire la formule* (2.34) *comme suit* :

$$\sum_{n\leq\lambda} n^{-z} = z\int_1^\lambda \frac{\mathrm{E}[t]}{t^{z+1}}dt + \frac{\mathrm{E}[\lambda]}{\lambda^z} = z\int_1^\lambda t^{-z}dt + \frac{\mathrm{E}[\lambda]}{\lambda^z} - z\int_1^\lambda \frac{t-\mathrm{E}[t]}{t^{z+1}}dt \quad (2.34)$$

Page 61, ligne -1 : *la formule* (2.35) *est* :

$$\forall\lambda\geq\lambda_1\,,\ \sum_{\substack{n\geq 1\\ \lambda_n\leq\lambda}} u_n\Phi(\lambda_n) = \Phi(\lambda)\Bigg(\sum_{\substack{n\geq 1\\ \lambda_n\leq\lambda}} u_n\Bigg) - \int_{\lambda_1}^{\lambda}\Bigg(\sum_{\substack{n\geq 1\\ \lambda_n\leq t}} u_n\Bigg)\Phi'(t)dt\,. \quad (2.35)$$

Page 70, lignes 8- 9 :*la référence au chapitre* 3 *n'est pas correcte ; il faut lire* : ... ou au chapitre 3 (section 3.6.1, page 170).

Page 76, ligne 10, dans le texte de la remarque 2.7 : lire "*... contenant* $[a,b]$ *et tel que* $\partial U\cap\mathcal{L} = [a,b]$ *;...*"

Page 82, texte de l'exercice 2.49 : *lire la formule* :

$$\Delta u = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}\,.$$

Page 104, ligne -1 : *lire :*

$$... = 6a_3 + \lambda(_lambda+1)a_1 = 0\,.$$

Page 106, ligne -10 : *dans la formule :*

$$\cdots = \int_0^t \frac{du}{1+u} = \int_0^t \Big(\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n u^n\Big)du = \cdots$$

Page 142, ligne 5 : *la référence au chapitre* 3 *n'est pas correcte ; il faut lire* : (chapitre 3, section 3.6.1, page 170).

Page 145, ligne -6**, définition de** θ :

$$\theta(t) := \begin{cases} \exp\Big[-\dfrac{1}{1-t^2}\Big] & \text{si} \quad |t| < 1\,, \\ 0 \quad \text{si} \quad |t| \geq 1\,, \end{cases}$$

Page 162, dernière ligne : *pour lever toute ambigüité, il vaut mieux lire* : c'est-à-dire fermé borné de $\mathbb{R}^d$, inclus dans U.

Page 163, formule (3.24) : *il faut lire*

$$\forall \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^d)\,, \quad |\langle T\,,\,\varphi\rangle| \leq C(\epsilon) \sup_{\substack{l_1+\cdots+l_d \leq m \\ \{z\in\mathbb{R}^d\,;\,d(z,K)\leq\epsilon\}}} |D^{\underline{l}}[\varphi](z)|\,. \tag{3.24}$$

Page 174, formule de la ligne 7 : *lire* :

$$P_n(z_1, z_2) = \cdots$$

Page 175, formule de la ligne 10 : *manque un indice* :

$$D_{z_2}^{l_2}\Phi_2^{(n)}(z_2) = \big\langle T_1, D_{z_2}^{l_2}[\Phi^{(n)}(\cdot, z_2)]\big\rangle\,,$$

Page 176, preuve du théorème 3.1 : la preuve du théorème 3.1 ne semble pas fonctionner ainsi ; on doit exprimer Φ avec la formule d'inversion de Fourier, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} \Phi(z_1, z_2) &= \Phi(z_1, z_2)\rho(z_1)\rho(z_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{d_1+d_2}} \iint_{\mathbb{R}^{d_1}\times\mathbb{R}^{d_2}} \widehat{\Phi}(\omega_1, \omega_2)\rho(z_1)\rho(z_2)e^{i\langle\omega_1, z_1\rangle + i\langle\omega_2, z_2\rangle}\,d\omega \end{aligned}$$

(comme page 174). Ensuite, on aurait envie de prolonger $\mathcal{K}_0$ en posant

$$\begin{aligned} &\langle \mathcal{K}_0\,,\,\Phi\rangle \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{d_1+d_2}} \iint_{\mathbb{R}^{d_1}\times\mathbb{R}^{d_2}} \widehat{\Phi}(\omega_1, \omega_2)\Big\langle L\Big(\rho_1(z_1)e^{i\langle\omega_1, z_1\rangle}\Big)\,,\,\rho_2(z_2)e^{i\langle\omega_2, z_2\rangle}\Big\rangle d\omega \end{aligned}$$

mais montrer la convergence de cette intégrale suppose uitliser un théorème du type Banach-Steinhaus dans le cadre de la théorie des distributions (voir le livre de L. Schwartz, *Théorie des Distributions*, Hermann). Il ne semble pas y avoir ici de preuve élémentaire du théorème des noyaux (sans une hypothése plus forte).

Page 182, ligne -16 : "Cette formule de Green-Ostrogradski" *au lieu de* "Green-Ostrograski".

Page 185, ligne 16 :
... sur une fonction-test φ *de* $\mathcal{D}(\mathbb{R}^d)$ *se trouve ...*

Page 190, dernière ligne de l'énoncé du théorème 3.3 :*lire* :
"est un élément non nul de $\mathbb{C}[X]$*, sont ...."*

Page 191, ligne -11 : *lire* :
La relecture des trois formules (3.67), (3.68), (3.69) en termes de ....

Page 199, ligne 10 de l'exercice 3.30 : *la formule est* :

$$\forall z \in \mathbb{C},\ |G_j(z)| \leq \widetilde{C}(1+|z|)^{\widetilde{m}} e^{\widetilde{A}|\mathrm{Im}\, z|}\,, \quad j=1,2.$$

Page 202, ligne 2 : *"physicien" au lieu de "phycisien".*

Page 204, formule (3.87), ligne -5 : *il faut lire :*

$$\int \cdots \int_{[-A,A]^d} |f(z+\xi)| d\xi_1 \dots d\xi_d \leq \cdots$$

(*l'assertion de la proposition* 3.21 *est vraie telle qu'elle est rédigée, mais, sans cette modification, ne couvre pas les exemples proposés juste après la preuve*).

Page 205, lignes 1 **et** 2 : *supprimer alors, comme conséquence de la modification proposée dans le texte de la proposition* 3.21 : "..., en utilisant par exemple l'inégalité de Cauchy-Schwarz,..."

Page 213, ligne 10 : *lire au début de la formule* :

$$\langle \mathcal{F}[T * S], \varphi \rangle \ = \ \cdots$$

Page 214, dans le texte de l'exercice 3.40 : *la formule proposée est en fait :*

$$P(iz)\, S \ = \ [1]\,.$$

Page 218, ligne -8 : *lire* : "... (section 2.7, exercice 2.27)..."

Page 235, ligne 8 : "pour tout $\omega \in \mathbb{R}^*$,"

Page 235, ligne -1 : *l'inégalité est en fait* :

$$\forall z \in \overline{\Pi^+}\,,\ |g(z)| \leq C([-R,R],m)\frac{\|\varphi^{(m+2)}\|_\infty + \|\varphi\|_\infty}{(1+|z|)^{m+2}}\ e^{-(a+2\epsilon)y}\,,$$

Page 236, ligne 2 :

$$C \ := \ C([-R,R],m)\,(\|\varphi^{(m+2)}\|_\infty + \|\varphi\|_\infty)\,.$$

Page 242, ligne 7 : *lire* F_1 *au lieu de* E_1 *dans la première ligne de la formule.*

Page 242, ligne 15 ; *au numérateur de l'expression figurant dans la formule, il faut lire* :

$$\chi_{\{t^2-x_1^2-x_2^2\geq 0\}}$$

Page 247, ligne 13, dans l'exercice 3.28 : *lire :*

$$g_j = \frac{\overline{f_j}}{(|f_1|^2+|f_2|^2)}\,, \quad j=1,2\,.$$

Page 248, ligne 5 :

$$u_1 = -f_2 w\,, \quad w_2 = f_1 w\,,$$

Page 248, ligne -8 : *il faut lire la formule* :

$$\widetilde{H} := \Big\{\ \dot{\tilde{h}} \in L^2_{\mathrm{loc}}(U)\,;\ \iint_U |\tilde{h}(\zeta)|^2 \frac{e^{-p(\zeta)}}{(1+|\zeta|^2)^2}\, d\xi d\eta < +\infty \Big\}\,,$$

Page 255, ligne 13, fin de formule : *lire* :

$$\cdots = \frac{H(t)}{\sqrt{4\pi t}} e^{-x^2/(4t)} .$$

Page 259, fin de l'exercice 3.42, ligne 17 : *la formule est* :

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}} e^{-\tau|k|} = 2\tau \sum_{k\in\mathbb{Z}} \frac{1}{\tau^2+4\pi^2k^2} , \quad \forall \tau > 0 .$$

Page 261, ligne 6 **dans la définition 4.1** :
... *un lacet continu est dit simple si* $\gamma_{[0,1[}$ *est injectif.*

Page 269, ligne 4, dans le texte de la définition 4.5 : *il faut lire* "... *dans* U*, voisinage dans lequel existe une primitive* $F_{\gamma(t_0)}$ *de* ω *avec, ...*"

Page 270, lignes 15 et 16 (dans l'exemple) : *il faut lire* : "dans lui même, telle que $\varphi(0) = 0$ et $\varphi(1) = 1$, $a, b \in U$, et ..."

Page 277, ligne 14 : ... introduire le groupe...

Page 281, ligne 4, dans la formule :

$$F(z+h) - F(z) = \int_{\gamma_{[z,z+h]}} \omega ,$$

Page 281, fin de la ligne -8 : ... que les parties imaginaires

Page 283, ligne 4**, fin de la ligne** : ... soit $\gamma([t_j, t_{j+1}]) \subset \widetilde{\Pi}$.

Page 293, ligne -10 : *la référence est incorrecte : il faut lire* : "dans la section 4.6.3 (théorème de Hurwitz par exemple)".

Page 294 : *l'exercice* 4.18 *doit être astérisqué car il est corrigé* (*pages* 360 *et suivantes*).

Page 296, ligne 4 : "le chemin continu" *au lieu de* "le chemin coninu".

Page 305, ligne -15 : "dans la hiérarchie des singularités" *au lieu de* "dans la hiérarchie des singularitées"

Page 307, ligne 20 : $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ *au lieu de* $P_1(\mathbb{C})$.

Page 316, ligne 12 (dans la formule) : *il faut lire* :

$$I(\lambda\,;\varphi) = \Big\langle \frac{|P|^{2\lambda}}{P} , \varphi \Big\rangle = \cdots$$

Page 321, ligne 12 : *dans la formule* 4.54*, la seconde somme dans le membre de droite de l'égalité est indexée par "*$\beta \in \mathcal{Z}[f,\gamma]$*" et non "*$\beta \in \mathcal{N}[f,\gamma]$*".*

Page 341, ligne 16 *: lire : "d'usage" au lieu "d'usage d'usage".*

Page 344-345, texte de l'exercice 4.54 *: il manque dans la liste d'hypothèses concernant les propriétés des lacets* Γ_N *la condition suivante :*

$$\sup_{\Gamma_N} |f'|/|f| = \mathbf{O}(1)$$

lorsque R_N *tend vers* $+\infty$.