
Réunion ANR CARPEINTER, 5 Novembre 2009

Amélioration de la précision de la pénalisation pour des conditions aux limites de Neumann

Lisl Weynans, IMB

- ▷ Pénalisation sur grilles cartésiennes
- ▷ Fonction level-set pour représenter l'interface
- ▷ Précision faible (ordre 1) autour de l'interface avec la pénalisation
- ▷ Idée: améliorer la précision grâce aux informations portés par la fonction level-set.
- ▷ Chantalat-Bruneau-Galusinski-Iollo (JCP 2009): procédé itératif pour les conditions de Dirichlet.
- ▷ Sarthou-Vincent-Angot-Caltagirone (2008) : Sub-Mesh Penalty Method

$$k_1 \Delta u_1 = f \text{ in } \Omega_1$$

$$k_2 \Delta u_2 = f \text{ in } \Omega_2$$

$$u_1 = u_2 \text{ sur } \delta\Omega_1$$

$$k_1 \frac{\partial u_1}{\partial n} = k_2 \frac{\partial u_2}{\partial n} \text{ sur } \delta\Omega_1$$

+ conditions aux limites en $\delta\Omega_2$..

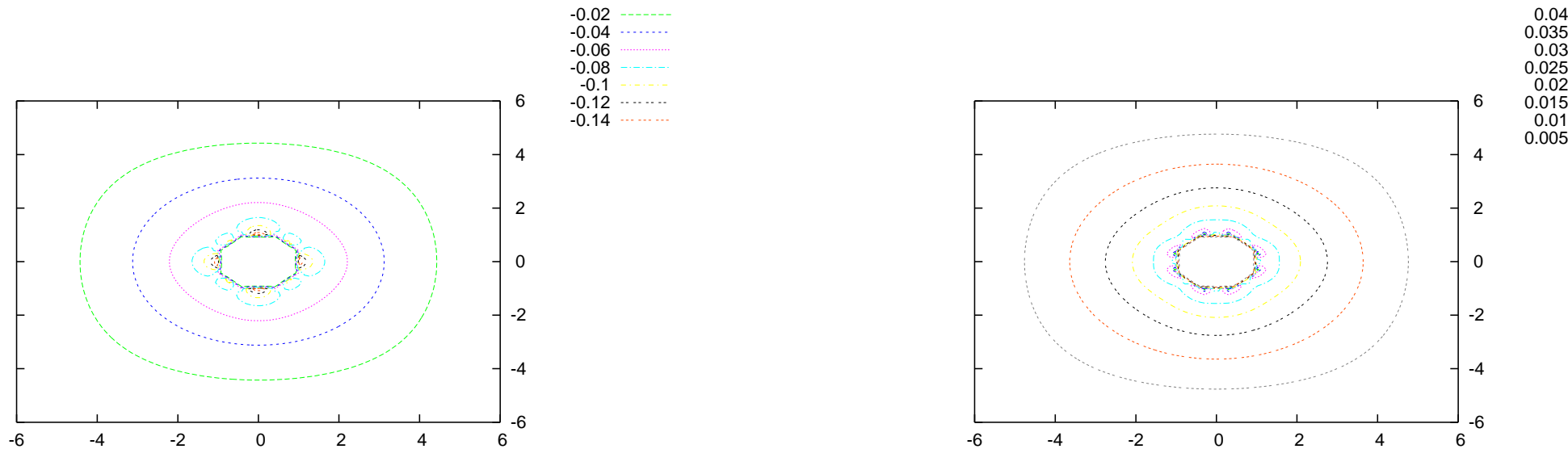
Objectif: améliorer la précision du traitement des conditions de Neumann à l'interface

- ▶ Utiliser une approximation plus précise des flux
- ▶ Imposer sur l'interface la valeur à l'interface donnée par l'égalité de flux (comme pour les conditions de Dirichlet)

Cas test: conditions de Dirichlet

$$\Delta u = 0 \text{ dans } \Omega$$

$$u = 0 \text{ sur } \Gamma$$



Isolignes de l'erreur sans et avec amélioration de la prise en compte des conditions de Dirichlet , 100×100 points de grille.

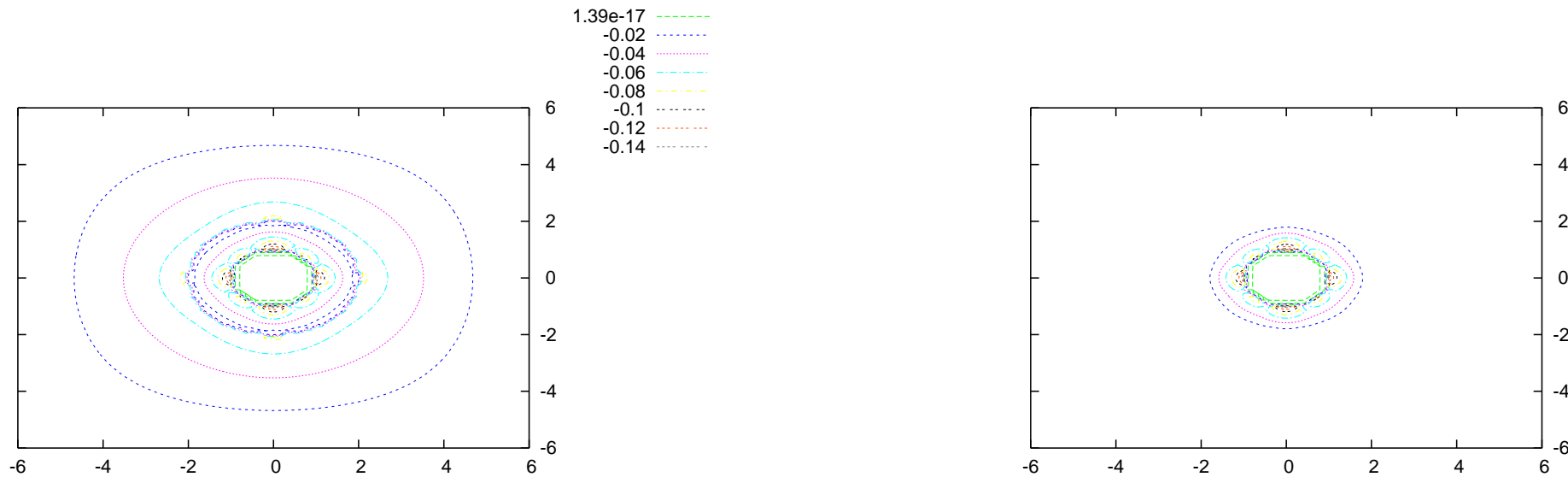
Cas-test: conditions de Dirichlet

	erreur en norme L^2	ordre
N = 20	0.29793	-
N = 40	0.08929	1.73
N = 80	0.02287	1.96
N = 160	0.00572	2.00
N = 320	0.00147	1.96

Erreur en norme L^2 et ordre de convergence numérique pour le schéma avec conditions de Dirichlet améliorées.

Cas test: conditions de Neumann

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 \text{ in } \Omega_1 \text{ et } \Omega_2 \\ k_1 \frac{\partial u_1}{\partial n} &= k_2 \frac{\partial u_2}{\partial n} \text{ sur } \delta\Gamma_1 \\ u &= 0 \text{ sur } \Gamma\end{aligned}$$



Isolignes de l'erreur sans et avec amélioration de la prise en compte des conditions de Neumann , 100×100 points de grille..

ICas test: conditions de Neumann

	error in L^2 norm	order
N = 30	0.47978	-
N = 60	0.12070	1.99
N = 120	0.03035	1.99
N = 240	0.00750	2.01

Erreur en norme L^2 et ordre de convergence numérique pour le schéma avec conditions de Dirichlet et Neumann améliorées.

Conclusion

- ▶ Reconstruction de l'interface pour avoir de l'ordre 2
- ▶ Conditions de Neumann: flux calculés plus précisément de chaque côté de l'interface
- ▶ Technique très semblable à celle développée au Trèfle (thèse de Sarthou)
- ▶ A utiliser pour écoulements fluides autour de solides