

# Modélisation, simulations numériques et contrôle de la nage de poissons

Michel Bergmann, Angelo Iollo

INRIA Bordeaux Sud-Ouest

Institut de Mathématiques Appliquées de Bordeaux

33405 TALENCE cedex, France

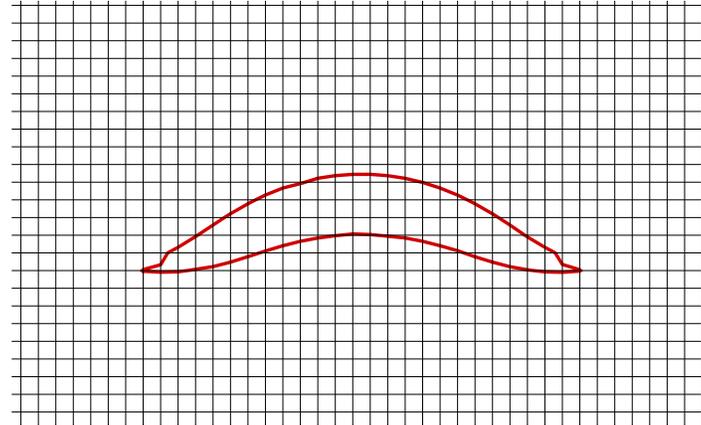
# Contexte ANR

\*\*\* ANR CARPEINETER \*\*\*

*Cartesian grids, penalization and level set  
for the simulation and optimisation of complex flows*

## ► Outils :

- ↪ **Grilles cartésiennes**  
*Pour éviter de coûteux remaillages*
- ↪ **Penalisation des équations**  
*Pour prendre en compte des obstacles*
- ↪ **Level Set**  
*Pour capturer et suivre les interfaces  
(fluide/fluide, fluide/solide)*



## ► Pourquoi ? :

- ↪ Modéliser et simuler des obstacles mouvants  $S$  (translation, rotation, déformation, ..)
- ↪ Méthode de couplage

"Fluide ↔ Obstacles"

# Objectifs ANR

- ▶ **Task 1** : Compressible flows (penalisation and level set)
- ▶ **Task 2** : Ice accretion
- ▶ **Task 3** : Shape optimization and flow control ← MB
- ▶ **Task 4** : Biomedical application : Vessel Reconstruction
- ▶ **Task 5** : Soil erosion (moving interfaces with erosion)
- ▶ **Task 6** : Code "Multiphysique Multiéchelle"

# Plan de l'exposé

## Modélisation de l'écoulement

## Résolution numérique

Méthode : discretisation / déplacement

Validation

## Application : Nage de poissons

Paramétrisation

Classification : BFC

Sur la puissance dépensée

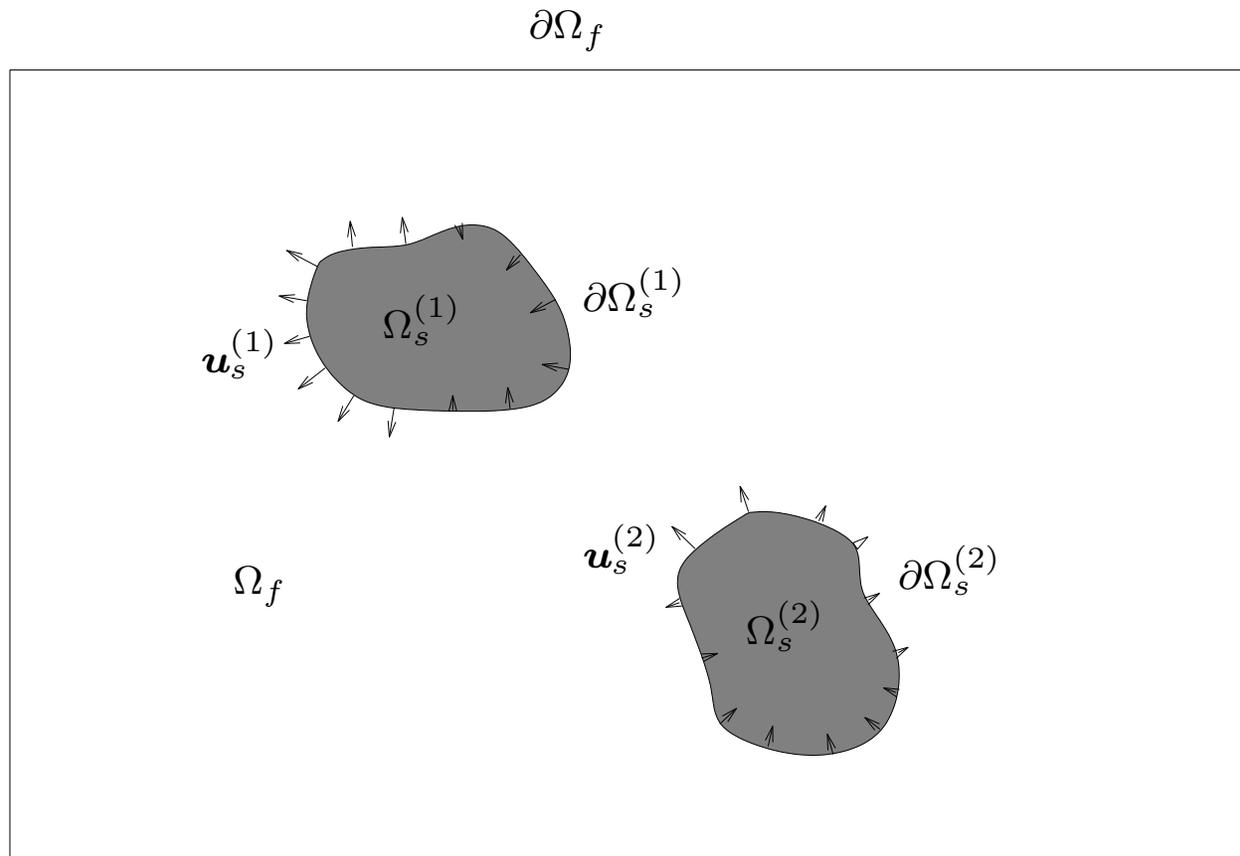
Les manoeuvres

Nage en petit groupe

## Quelques autres applications

## Conclusions et perspectives

# Modélisation de l'écoulement



$\Omega_s^{(i)}$  : Domaine obstacles  $s_i$

$\Omega_f$  : Domaine fluide

$\Omega = \Omega_f \oplus \Omega_s^{(i)}$  : Domaine entier

# Modélisation de l'écoulement

► **Modèle classique** : équations de Navier-Stokes (incompressible) :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} \quad \text{dans } \Omega_f, \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega_f, \quad (1b)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_s^{(i)} \quad \text{sur } \partial\Omega_s^{(i)} \quad (1c)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_f \quad \text{sur } \partial\Omega_f \quad (1d)$$

## Résolution numérique

Besoin maillage adaptée à la géométrie des obstacles

↪ Adaptation de maillage coûteux !!

# Modélisation de l'écoulement

► **Modèle avec pénalisation** : équations de Navier-Stokes pénalisées (incompressible) :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \lambda \rho \sum_{s=1}^{N_s} \chi_s^{(i)} (\mathbf{u}_s^{(i)} - \mathbf{u}) \quad \text{dans } \Omega, \quad (2a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega, \quad (2b)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_F \quad \text{sur } \partial\Omega_f. \quad (2c)$$

$\lambda \gg 1$  facteur de pénalisation,

$\chi_s^{(i)}$  fonction indicatrice, telle que :

$$\chi_s^{(i)}(\mathbf{x}) = 1 \quad \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_s^{(i)}, \quad (3a)$$

$$\chi_s^{(i)}(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{sinon.} \quad (3b)$$

## Résolution numérique

Pas besoin maillage adaptée à la géométrie des obstacles

↪ Grilles cartésiennes

# Modélisation de l'écoulement

## ► Transport de la fonction indicatrice pour obstacles mouvants

$$\frac{\partial \chi_s^{(i)}}{\partial t} + (\mathbf{u}_{s^{(i)}} \cdot \nabla) \chi_s^{(i)} = 0. \quad (4)$$

On peut aussi choisir  $\chi_s^{(i)} = H(\phi_s^{(i)})$  où  $H$  est la fonction Heaviside et  $\phi_s^{(i)}$  la fonction distance signée ( $\phi_s(\mathbf{x}) > 0$  si  $\mathbf{x} \in \Omega_s^{(i)}$ ,  $\phi_s(\mathbf{x}) = 0$  si  $\mathbf{x} \in \partial\Omega_s^{(i)}$ ,  $\phi_s(\mathbf{x}) < 0$  sinon).

$$\frac{\partial \phi_s^{(i)}}{\partial t} + (\mathbf{u}_{s^{(i)}} \cdot \nabla) \phi_s^{(i)} = 0. \quad (5)$$

## ► Masse volumique pour obstacles portants

$$\tilde{\rho} = \rho_f \left( 1 - \sum_{i=1}^{N_s} \chi_s^{(i)} \right) + \sum_{i=1}^{N_s} \rho_s^{(i)} \chi_s^{(i)}. \quad (6)$$

# Modélisation de l'écoulement

► Equations sans dimensions : avec  $U_\infty$ ,  $D$ ,  $\rho_f$ ,  $\widetilde{Re} = \frac{\widetilde{\rho}U_\infty D}{\mu}$  :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\rho_f}{\widetilde{\rho}} \nabla p + \frac{1}{\widetilde{Re}} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{g} + \lambda \sum_{s=1}^{N_s} \chi_s^{(i)} (\mathbf{u}_s^{(i)} - \mathbf{u}) \quad \text{dans } \Omega, \quad (7a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega, \quad (7b)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_f \quad \text{sur } \partial\Omega_f \quad (7c)$$

► Définition de la vitesse  $\mathbf{u}_s^{(i)}$  :

$$\mathbf{u}_s^{(i)} = \mathbf{u}_t^{(i)} + \mathbf{u}_r^{(i)} + \mathbf{u}_d^{(i)} \quad (8)$$

avec :

$\mathbf{u}_t^{(i)}$  vitesse de Translation

$\mathbf{u}_r^{(i)}$  vitesse de Rotation

$\mathbf{u}_d^{(i)}$  vitesse de Déformation (imposée pour la nage)

# Résolution numérique | Méthode

- ▶ **En espace** : DF centrées ordre 2 et décentrées ordre 3 pour convection
- ▶ **En temps** : Euler explite convection/ implicite reste

$$\frac{\mathbf{u}^{(n+1)} - \mathbf{u}^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{u}^{(n)} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{(n)} = - \frac{\rho_F}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(n+1)} + \frac{1}{\widetilde{Re}} \Delta \mathbf{u}^{(n+1)} + \mathbf{g}$$
$$+ \lambda \sum_{s=1}^{N_s} \chi_s^{(i)(n+1)} (\mathbf{u}_s^{(i)(n+1)} - \mathbf{u}^{(n+1)}),$$
$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{(n+1)} = 0$$

⇒ **Problèmes** :

- ↪ La pression est "découplée"
- ↪ La fonction  $\chi_s^{(i)(n+1)}$  et la vitesse  $\mathbf{u}_s^{(i)(n+1)}$  ne sont pas connues

⇒ **Solutions** :

- ↪ Schéma de Chorin (prédicteur/correcteur)
- ↪ Méthode fractionnaire à 2 pas

# Résolution numérique | Méthode

## ► Schéma à pas fractionnaires :

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{u}^{(n+1)} - \mathbf{u}^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{u}^{(n)} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{(n)} &= - \frac{\rho f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(*)} + \frac{1}{\widetilde{Re}} \Delta \mathbf{u}^{(n+1)} + \mathbf{g} \\ &+ \left( \frac{\rho F}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(*)} - \frac{\rho f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(n+1)} \right) \\ &+ \lambda \sum_{i=1}^{N_s} \chi_s^{(i)(n+1)} (\mathbf{u}_s^{(i)(n+1)} - \mathbf{u}^{(n+1)}), \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{(n+1)} = 0$$

$$\mathbf{u}_s^{(n+1)} = f(\mathbf{u}^{(n+1)}, p^{(n+1)})$$

**Etape 1 :**  $\Rightarrow \mathbf{u}^{(*)}, p^{(*)}$

**Etape 2 :**  $\Rightarrow \tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)}, \tilde{p}^{(n+1)}$

**Etape 3 :**  $\Rightarrow \mathbf{u}_s^{(n+1)} = \tilde{f}(\tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)}, \tilde{p}^{(n+1)})$

**Etape 4 :**  $\Rightarrow \mathbf{u}^{(n+1)}, p^{(n+1)}$

# Résolution numérique | Méthode

## ► Etape 1 : prédiction

$$\frac{\mathbf{u}^{(*)} - \mathbf{u}^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{u}^{(n)} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{(n)} = -\frac{\rho_f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(*)} + \frac{1}{\widetilde{Re}} \Delta \mathbf{u}^{(*)} + \mathbf{g}$$

## ► Etape 2 : correction

$$\frac{\tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)} - \mathbf{u}^{(*)}}{\Delta t} = \left( \frac{\rho_f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(*)} - \frac{\rho_f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(n+1)} \right)$$
$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)} = 0$$

avec  $\psi = \frac{\rho_f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(*)} - \frac{\rho_f}{\tilde{\rho}} \nabla p^{(n+1)}$ , on a  $\Delta \psi = \nabla \cdot \mathbf{u}^{(*)}$

$$\tilde{\mathbf{u}}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}}^* + \Delta \nabla \psi$$

$$\tilde{p}^{n+1} = \tilde{p}^* + \frac{\tilde{\rho}}{\rho_f} \psi$$

# Résolution numérique | Méthode

► **Etape 3** : déplacement *calcul des forces  $F_{s_i}$  et des moments  $\mathcal{M}_{s_i}$*

$$m \frac{d\bar{\mathbf{u}}_{s_i}}{dt} = \mathbf{F}_{s_i} + m\mathbf{g}, \quad \bar{\mathbf{u}}_{s_i} \text{ vitesse translation, } m \text{ masse} \quad (14a)$$

$$\frac{dJ\boldsymbol{\Omega}_{s_i}}{dt} = \mathcal{M}_{s_i}, \quad \boldsymbol{\Omega}_{s_i} \text{ vitesse angulaire, } J \text{ matrice inertie} \quad (14b)$$

Vitesse rotation  $\mathbf{u}_{s_i}^\theta = \boldsymbol{\Omega}_{s_i} \times \mathbf{r}_G$  avec  $\mathbf{r}_G = \mathbf{x} - \mathbf{x}_G$  ( $\mathbf{x}_G$  centre de masse).

Tenseur contraintes  $\mathbb{T}(\mathbf{u}, p) = -\frac{\rho f}{\rho} p + \frac{1}{Re} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$  et  $\mathbf{n}$  normale extérieure à  $s_i$  :

$$\mathbf{F}_{s_i} = - \int_{\partial\Omega_{s_i}} \mathbb{T}(\mathbf{u}, p) \mathbf{n} d\mathbf{x}, \quad (15a)$$

$$\mathcal{M}_{s_i} = - \int_{\partial\Omega_{s_i}} \mathbb{T}(\mathbf{u}, p) \times \mathbf{r}_G d\mathbf{x}. \quad (15b)$$

## Evaluation forces et moments

Maillage cartésien : pas accès direct à  $\partial\Omega_{s_i}$

↔ Calcul difficile ....

# Résolution numérique | Méthode

Déf : Domaine arbitraire  $\Omega_{f_i}(t)$  qui entoure l'obstacle  $i$ .

**Forces :**

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{s_i} = & -\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{f_i}(t)} \mathbf{u} dV + \int_{\partial\Omega_{f_i}(t)} (\mathbb{T} + (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{s_i}) \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} dS \\ & + \int_{\partial\Omega_{s_i}(t)} ((\mathbf{u} - \mathbf{u}_{s_i}) \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (16a)$$

**Moments :**

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s_i} = & -\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{f_i}(t)} \mathbf{u} \times \mathbf{r}_G dV + \int_{\partial\Omega_{f_i}(t)} (\mathbb{T} + (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{s_i}) \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} \times \mathbf{r}_G dS \\ & + \int_{\partial\Omega_{s_i}(t)} ((\mathbf{u} - \mathbf{u}_{s_i}) \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} \times \mathbf{r}_G dS. \end{aligned} \quad (16b)$$

## Evaluation forces et moments

Le terme sur  $\partial\Omega_{s_i}$  disparaît dans notre cas

↪ Calcul facile

# Résolution numérique | Méthode

## ► Etape 3 : déplacement mises à jour

1. Mise à jour du déplacement  $\mathbf{u}_t^{(n+1)}$  avec Newton

$$M \mathbf{a} = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)}, \tilde{p}^{(n+1)}) + M \mathbf{g}.$$

$$\frac{\mathbf{u}_s^{(n+1)} - \mathbf{u}_s^{(n)}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)}, \tilde{p}^{(n+1)})}{\rho_s S} + \mathbf{g}$$

Mise à jour du déplacement  $\mathbf{u}_T^{(n+1)}$  avec déplacement fluide <sup>1</sup>

$$\mathbf{u}_s^{(n+1)} = \frac{1}{|S|} \int_{\Omega_s} \tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)} d\mathbf{x} \quad (+\mathbf{u}_r^{(n+1)} + \mathbf{u}_d^{(n+1)})$$

2. Mise à jour "level set"

$$\frac{\chi_s^{(n+1)} - \chi_s^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{u}_s^{(n+1)} \cdot \nabla) \chi_s^{(n+1)} = 0.$$

---

[1] M. Coquerelle, G.-H. Cottet (2008) : A vortex level set method for the two-way coupling of an incompressible fluid with colliding rigid bodies. *Journal of Computational Physics* **227** pp. 9121-9137.

# Résolution numérique | Méthode

## ► Etape 4 : mise à jour vitesse avec pénalisation implicite

$$\frac{\mathbf{u}^{(n+1)} - \tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)}}{\Delta t} = \lambda \sum_{s=1}^{N_s} \chi_s^{(i)(n+1)} (\mathbf{u}_s^{(i)(n+1)} - \mathbf{u}^{(n+1)})$$

## ► Récapitulation :

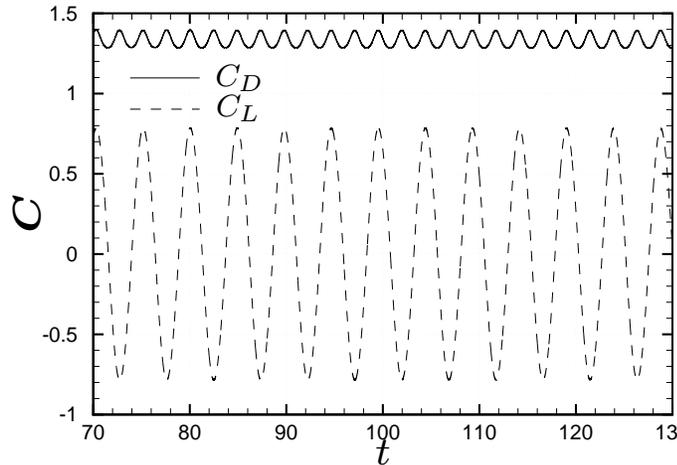
- ▷ Résolution NSE sans pénalisation  $\Rightarrow \tilde{\mathbf{u}}^{(n+1)}, \tilde{p}^{(n+1)}$
- ▷ Calcul du déplacement  $\Rightarrow \mathbf{u}_s^{(n+1)}, \chi_s^{(n+1)}$
- ▷ Calcul solution NSE avec pénalisation  $\Rightarrow \mathbf{u}^{(n+1)}, p^{(n+1)}$

## ► Remarque :

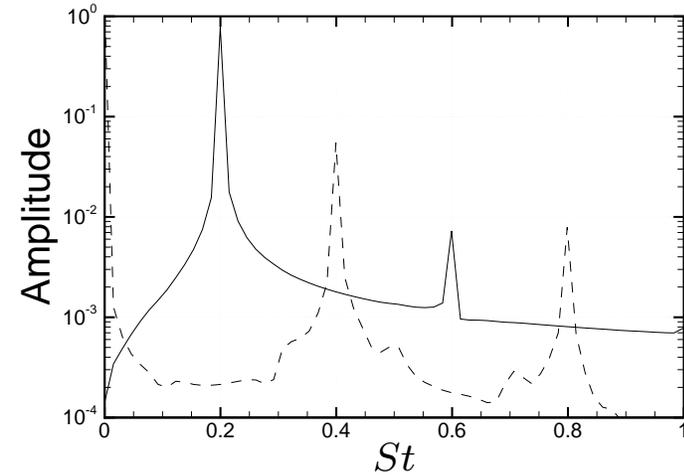
- ▷ L'étape 4 peut être traitée directement dans l'étape 1 avec vitesse obstacle explicite.

# Résolution numérique | Validation

## ► Validation 1 : cylindre circulaire fixe à $Re = 200$ :



**Fig. :** Temporal evolution of the lift (dashed line) and the drag (solid line) at  $Re = 200$ .



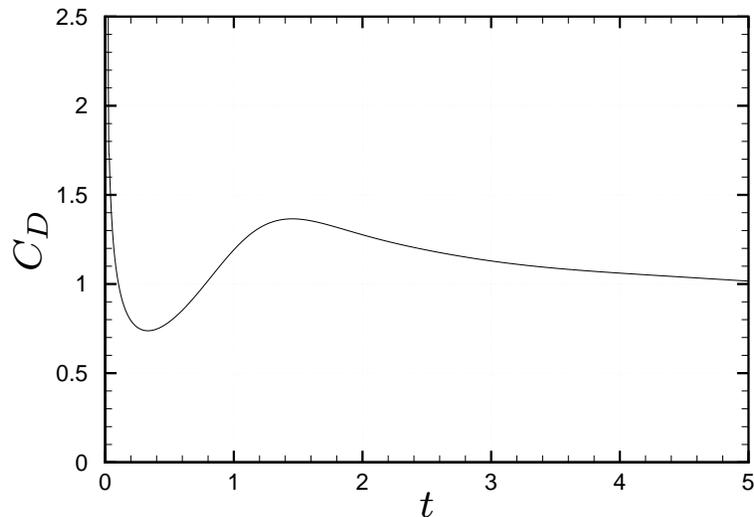
**Fig. :** Spectrum (DFT) of the lift (dashed line) and the drag (solid line) at  $Re = 200$ .

Authors	$St$	$C_D$
Braza 1986	0,2000	1,4000
Henderson 1997	0,1971	1,3412
He <i>et al.</i> 2000	0,1978	1,3560
Bergmann 2006	0,1999	1,3900
Présente étude	0,1980	1,3500

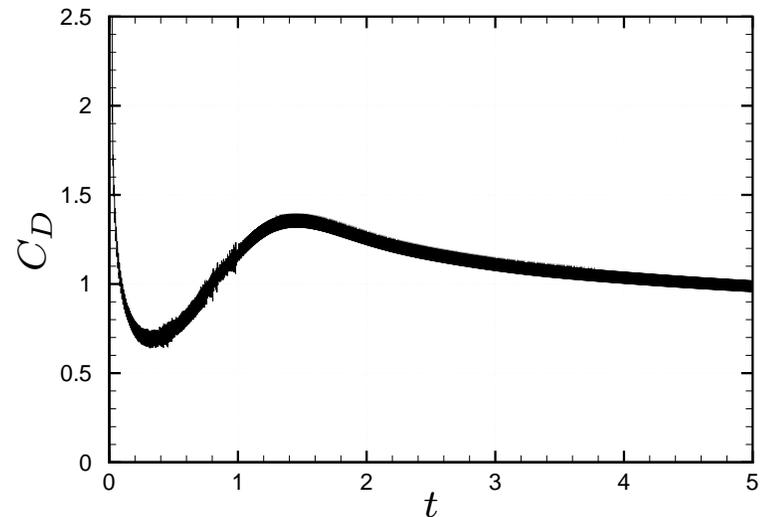
# Résolution numérique | Validation

## ► Validation 2 : cylindre mis en mouvement à $Re = 550$ :

- $u_\infty$  est la vitesse à l'infini
- $\bar{u}_s$  est la vitesse du cylindre



(a)  $u_\infty = 1, \bar{u}_s = 0$ .



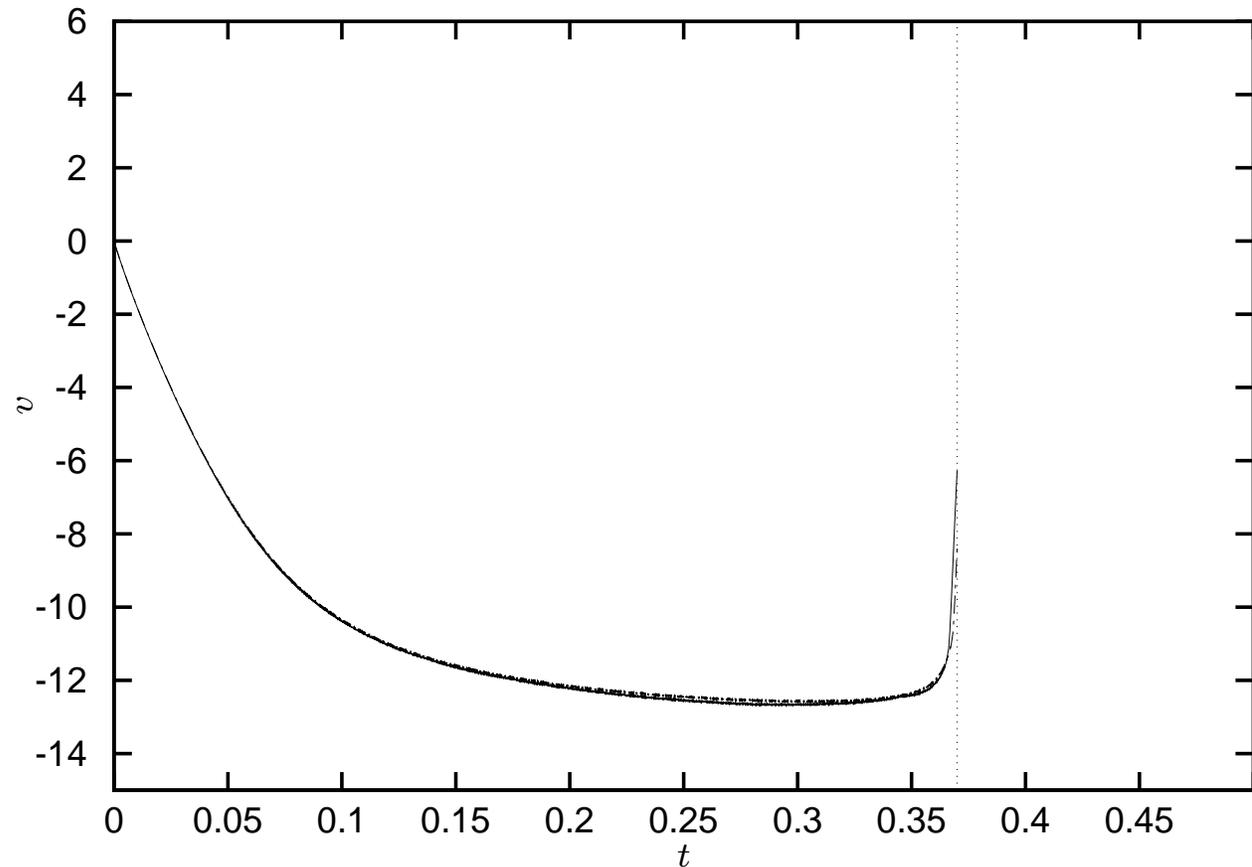
(b)  $u_\infty = 0, \bar{u}_s = -1$ .

**Fig. :** Drag coefficient for an impulsively started cylinder at  $Re = 550$ . Medium time.

↪ Résultats concordants avec ceux de Ploumhans *et al.* JCP **165** (2000)

# Résolution numérique | Validation

## ► Validation 3 : Sédimentation d'un cylindre (2D + gravité + mouvement rigide) :



↪ Resultats similaires Refs. [1, 2] ⇒ Validation

<sup>1</sup> M. Coquerelle, G.-H. Cottet, JCP **227** (2008)

<sup>2</sup> R. Glowinski, *et al.*, JCP **169** (2001)

# Nage de poissons | Paramétrisation

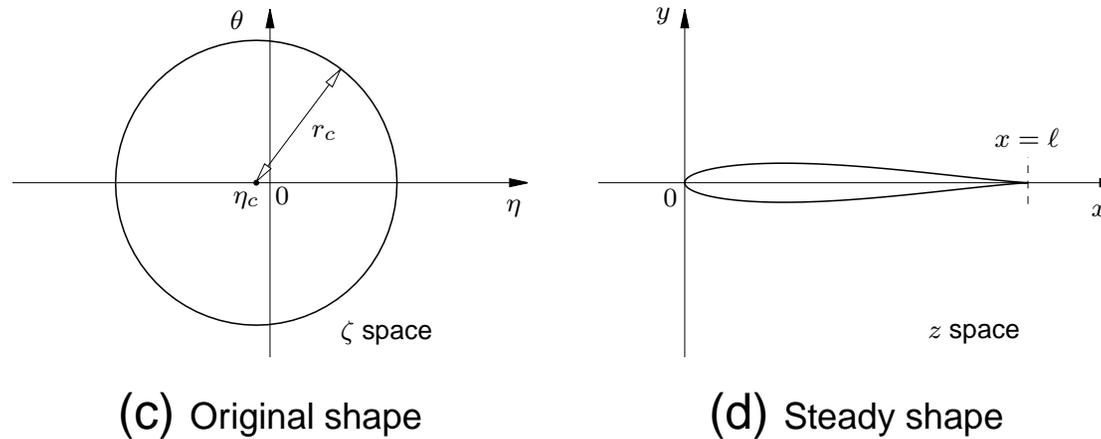
## ► Vitesse de l'obstacle :

$$\mathbf{u}_s^{(i)} = \mathbf{u}_t^{(i)} + \mathbf{u}_r^{(i)} + \mathbf{u}_d^{(i)} \quad (18)$$

- La vitesse de translation  $\mathbf{u}_t^{(i)}$  est calculée avec forces  $\mathbf{F}$
- La vitesse de rotation  $\mathbf{u}_r^{(i)}$  est calculée avec moment  $\mathcal{M}$
- La vitesse de déformation  $\mathbf{u}_d^{(i)}$  est imposée pour la nage
  - ▷ Ne pas ajouter de forces et moments artificiels !
    1. Générer une déformation choisie,
    2. Soustraire le déplacement du centre de masse,
    3. Effectuer une rotation de l'opposé de l'angle induit par la déformation",
    4. Effectuer une homothétie pour conserver la masse

# Nage de poissons | Paramétrisation

► **Forme poisson "au repos" : longueur  $\ell = 1$**



**Fig. :** Sketch of the Karman-Trefftz transform. The  $z$  space is transformed to fit  $0 \leq x_s \leq \ell$

$$z = n \frac{\left(1 + \frac{1}{\zeta}\right)^n + \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^n}{\left(1 + \frac{1}{\zeta}\right)^n - \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^n},$$

⇒ **Uniquement 3 paramètres  $\mathbf{b} = (\eta_c, \alpha, \ell)^T$**

▷  $\alpha = (2 - n)\pi$  : angle d'ouverture queue

▷  $\eta_c < 0$  centre du cercle

▷  $\ell > 0$  longueur du poisson

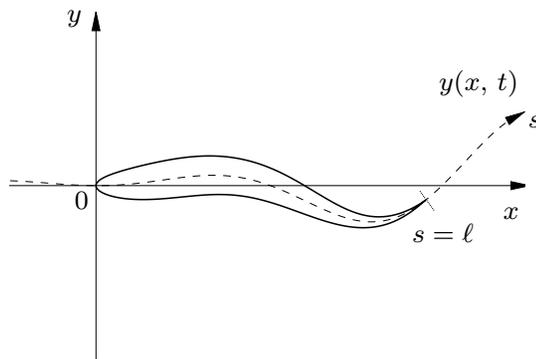
# Nage de poissons | Paramétrisation

## ► Déformation du poisson : nage

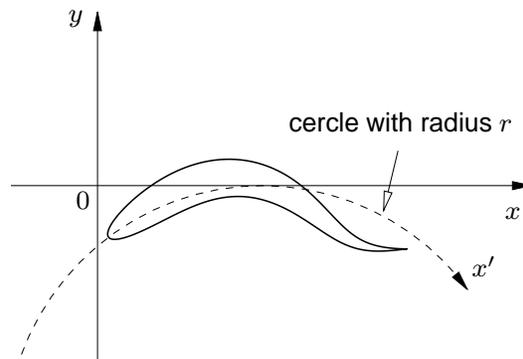
↪ Déformation colonne vertébrale :  $s = \int_{x_0}^x \left( 1 + \left( \frac{\partial y(x', t)}{\partial x'} \right) \right) dx'$ .

$$y(x, t) = a(x) \sin(2\pi(x/\lambda + ft)), \quad (19a)$$

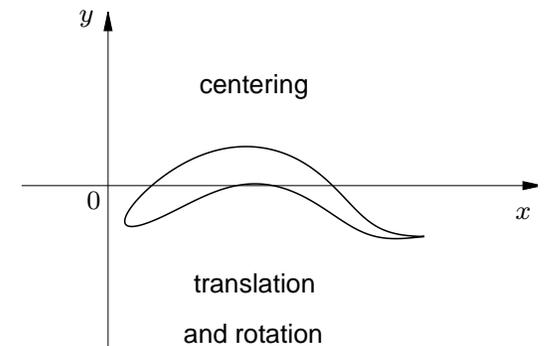
$$a(x) = c_1 x + c_2 x^2. \quad (19b)$$



(e) Swimming shape



(f) Maneuvering shape



(g) Real motion shape

Fig. : Sketch of swimming and maneuvering shape.

⇒ **Uniquement 4 paramètres**  $s = (c_1, c_2, \lambda, f)^T$

▷ 2 paramètres enveloppe  $c_1$  et  $c_2$  + Fréquence  $f$  + Longueur d'onde  $\lambda$ .

⇒ **Forme**  $b = (\eta_c, \alpha, \ell)^T$  + **loi de nage**  $s = (c_1, c_2, \lambda, f)^T$  = **7 paramètres**

(on peut aussi ajouter  $r(t)$  pour les manoeuvres)

# Nage de poissons | Organisation du sillage

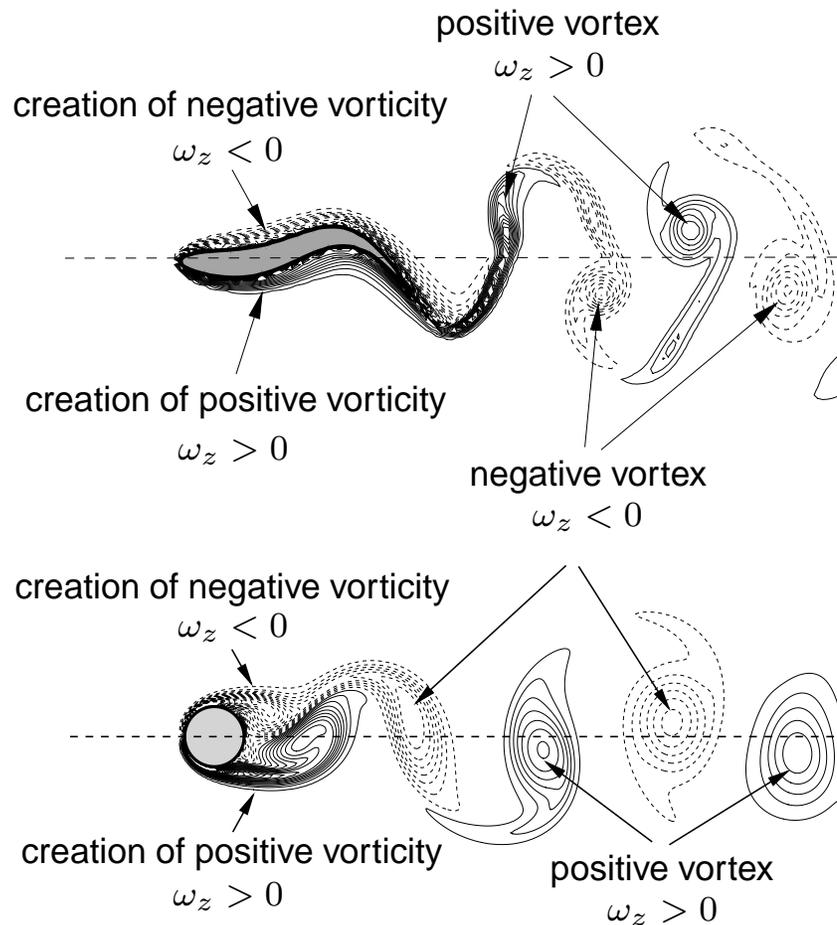


Fig. : Allée de Von Karman (sillage) inversée.

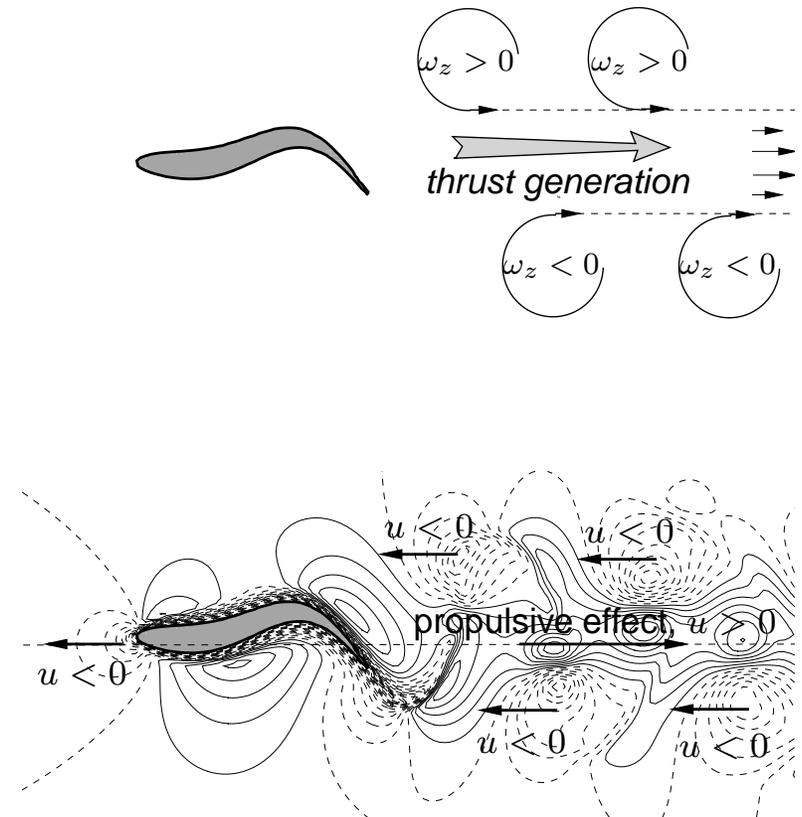


Fig. : Effet propulsif du sillage d'un poisson.

# Nage de poissons | Classification des poissons

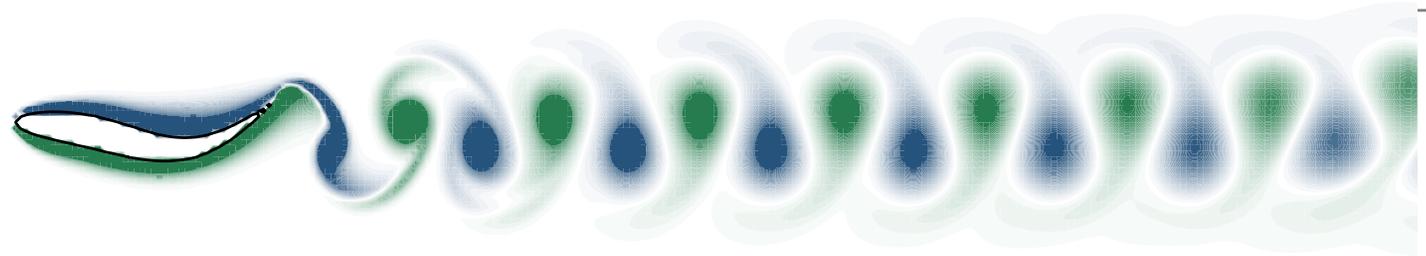
- ▶ Poissons classifiés en 2 catégories :
  - ▷ Median and Paired Fins (MPF) : "les plus rares"
  - ▷ Body and Caudal Fin (BCF) : "les plus courants"
- ▶ 4 sous catégories
  - ↪ Thunniform (approx. par  $F_1$ )
  - ↪ Carangiform (approx. par  $F_2$ )
  - ↪ Subcarangiform (approx. par  $F_3$ )
  - ↪ Anguiliform (approx. par  $F_4$ )

Poisson	Forme			Loi de nage			
$F_i$	$\eta_c$	$\alpha$	$\ell$	$c_1$	$c_2$	$\lambda$	$f$
$F_1$	-0.04	5	1	0.1	0.9	1.25	2
$F_2$	-0.03	5	1	0.4	0.6	1.00	2
$F_3$	-0.02	5	1	0.7	0.3	0.75	2
$F_4$	-0.01	5	1	1.0	0.0	0.50	2

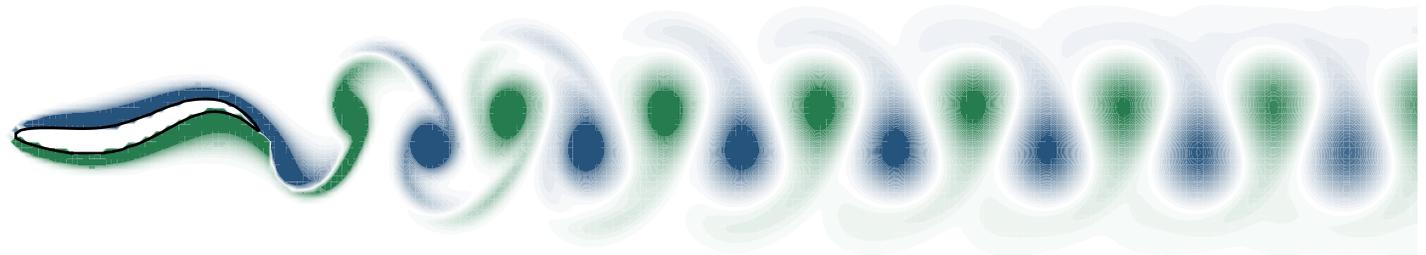
Tab. : Paramètres utilisés. L'amplitude maximale du battement de la queue est  $A(c_1, c_2, \ell) = 0.4$ .

# Nage de poissons | BCF modes

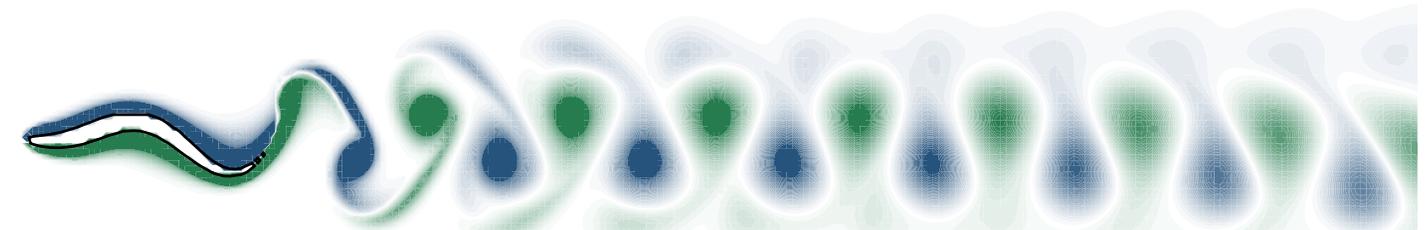
Poisson  $F_1$



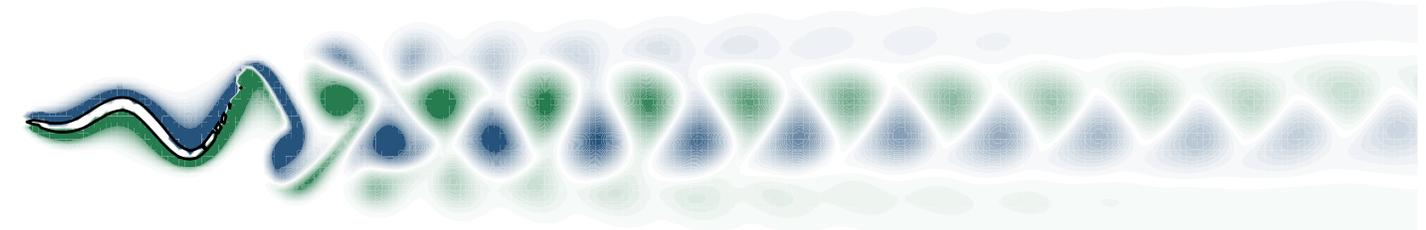
Poisson  $F_2$



Poisson  $F_3$



Poisson  $F_4$



Comparaison des sillages générés à  $Re = 10^3$

# Nage de poissons | BCF modes

# Nage de poissons | BCF modes

Poisson  $F_1$



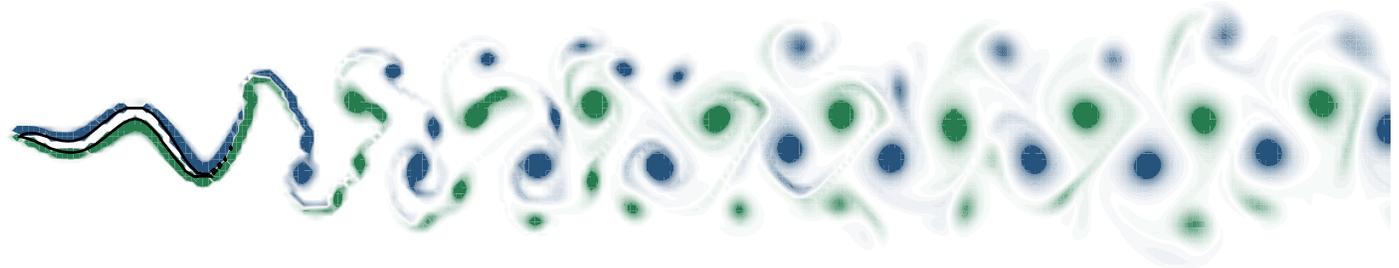
Poisson  $F_2$



Poisson  $F_3$



Poisson  $F_4$



Comparaison des sillages générés à  $Re = 10^4$

# Nage de poissons | BCF modes

# Nage de poissons | BCF modes

► Tous les poissons nagent sur une distance  $D = 9$

↪  $|U_{max}|$  : vitesse maximale atteinte

↪  $|\bar{U}|$  : vitesse moyenne

↪  $|\gamma_{max}|$  : accélération maximale

↪  $T_9$  : temps mis pour parcourir une distance  $D = 9$

	$Re = 10^3$				$Re = 10^4$			
<i>fish</i>	$ U_{max} $	$ \bar{U} $	$ \gamma_{max} $	$T_9$	$ U_{max} $	$ \bar{U} $	$ \gamma_{max} $	$T_9$
$F_1$	0.91	0.83	3.3	10.81	1.42	1.22	3.4	7.37
$F_2$	0.97	0.93	4.6	9.70	1.39	1.27	4.9	7.06
$F_3$	0.92	0.89	7.5	10.13	1.18	1.14	8.0	7.88
$F_4$	0.65	0.63	9.5	14.2	0.81	0.79	10.4	11.4

**Tab. :** Maximal velocity  $|U_{max}|$ , maximal acceleration  $|\gamma_{max}|$  and average velocity  $|\bar{U}|$  at  $Re = 10^3$  and  $Re = 10^4$ .

# Nage de poissons | Puissance dépensée

► La puissance dépensée pour la nage est :

$$P(t) = - \int_{\partial\Omega_s} p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS + \int_{\partial\Omega_s} (\boldsymbol{\sigma}' \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u} dS, \quad (20)$$

avec

$$\sigma'_{ij} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

► Transformation par conservation énergie (enlever dépendance à  $\partial\Omega_s$ )

$$P(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_f} \frac{u^2}{2} d\Omega + \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \sigma'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, d\Omega. \quad (21)$$

↔ la puissance = variation énergie cinétique + puissance dissipation visqueuse

# Nage de poissons | Puissance dépensée

## ► Energie moyenne :

↪ Energie pour poisson  $F_k$  pour nager sur distance  $D$  est  $E^{(k)} = \int_{T_k} P^{(k)} dt$ .

<i>Poisson</i>	$Re = 10^3$	$Re = 10^4$
$F_1$	0.98	0.60
$F_2$	0.99	0.54
$F_3$	0.90	0.45
$F_4$	0.77	0.30

**Tab. :** Comparison of the energy  $E^{(k)}$  required to travel the distance  $D = 9$  at  $Re = 10^3$  and  $Re = 10^4$ .  
All fishes  $F_1, F_2, F_3$  and  $F_4$  present the same tail amplitude  $A = 0.4$ .

## ► Observations : le poisson $F_4$ dépense le moins d'énergie

↪ C'est aussi le plus lent  $\Rightarrow$  intuitif

## ► Comparaison "sensée" : poissons à même vitesse

# Nage de poissons | Puissance dépensée

- ▶ Même vitesse  $\Rightarrow$  régulateur  $r$  amplitude de la queue  $A(c_1, c_2, \ell)$ 
  - $\hookrightarrow$  Vitesse cible : vitesse moyenne du poisson le plus lent ( $U_4$  pour  $F_4$ )
  - $\hookrightarrow$  Si  $U_i > U_4$  on augmente  $A$ , sinon, on diminue

<i>fish</i>	$Re = 10^3$	$Re = 10^4$
$F_1^r$	0.64	0.24
$F_2^r$	0.66	0.26
$F_3^r$	0.77	0.28
$F_4$	0.77	0.30

**Tab. :** Comparison of the energy  $E^{(k)}$  required to travel the distance  $d = 9$  at  $Re = 10^3$  and  $Re = 10^4$ .  
Fishes  $F_1^r, F_2^r, F_3^r$  regulated the maximal tail amplitude to swim at the velocity of  $F_4$ .

- ▶ **Observations :** le poisson  $F_1$  dépense le moins d'énergie,  
le poisson  $F_4$  dépense le plus d'énergie.
  - $\hookrightarrow$  mouvements verticaux créent résistance  $\Rightarrow$  moins efficace énergétiquement

# Nage de poissons | Puissance dépensée

## Paradoxe de Gray [1] :

*"La puissance dépensée par un dauphin pour nager à une vitesse  $u$  peut être sept fois inférieure à celle utilisée par des moteurs pour propulser de façon rigide le même corps à la vitesse  $u$ " (exple : une torpille)*

↪ Paradoxe largement contesté (J. Lighthill [2]) : puissance poisson 3X supérieure

↪ Paradoxe confirmé expérimentalement au MIT (robot bluefin tuna) par Barret *et al.* [3]

---

[1] Gray J. (1936) : Studies in animal locomotion. VI. The propulsive power of the dolphin, *J. Exp. Biol.* **13** pp. 192-199.

[2] Lighthill, M.J. (1971) : Large amplitude elongated-body theory of fish locomotion, *Proc. R. Soc. Mech. B.* **179** pp. 125-138.

[3] Barrett, D.S., Triantafyllou, M.S., Yue, D.K.P., Grosenbauch, M.A., Wolfgang, M.J. (1999) : Drag reduction in fish-like locomotion, *J. Fluid Mech.* **392** pp. 182-212.

# Nage de poissons | Puissance dépensée

## ► Propulsive index

$$I_p = \frac{P_{moteur}}{P_{np}}, \quad np : \text{nage périodique.} \quad (22)$$

<i>fish</i>	$Re = 10^3$	$Re = 10^4$
$F_1$	0.26	0.31
$F_2$	0.26	0.21
$F_3$	0.24	0.17
$F_4$	0.17	0.14

**Tab.** : Propulsive indexes  $I_p$  evaluated for fishes  $F_1, F_2, F_3$  and  $F_4$  at  $Re = 10^3$  and  $Re = 10^4$ .

► **Observations** :  $I_p < 1 \Rightarrow$  puissance moteur  $<$  puissance nage

# Nage de poissons | Puissance dépensée

► **Constat** : nage relativement coûteuse

► **Idée** : nage intermittente ("burst and coast swimming")

Le poisson peut-il bénéficier de périodes où il se laisser glisser ?

↪ **Définition Burst and coast** : plusieurs cycles où

- le poisson nage de la vitesse min  $U_i$  jusqu'à la vitesse max  $U_f$
- le poisson glisse (sans nager) de la vitesse max  $U_f$  jusqu'à la vitesse min  $U_i$

▷ On choisit  $U_f = \alpha_f U_{max}$  et  $U_i = \alpha_i U_{max}$

▷ **Objectif** : Comparer nage intermittente avec nage périodique (même vitesse moyenne)

# Nage de poissons | Puissance dépensée

Exemple de nage intermittente "burst and coast" avec  $\alpha_i = 0.2$  et  $\alpha_f = 0.8$ .

# Nage de poissons | Puissance dépensée

**Cas test :** poisson  $F_1$  à  $Re = 10^3$  et  $Re = 10^4$

**Efficacité nage intermittente  $R$  :**

$$R = \frac{P_{ni}}{P_{np}}, \quad ni : \text{nage intermittente.} \quad (23)$$

$(\alpha_i, \alpha_f)$	$Re = 10^3$	$Re = 10^4$
(0.2, 0.8)	0.77	0.85
(0.6, 0.8)	1.02	1.00
(0.4, 0.6)	0.85	0.81
(0.2, 0.4)	0.63	0.71

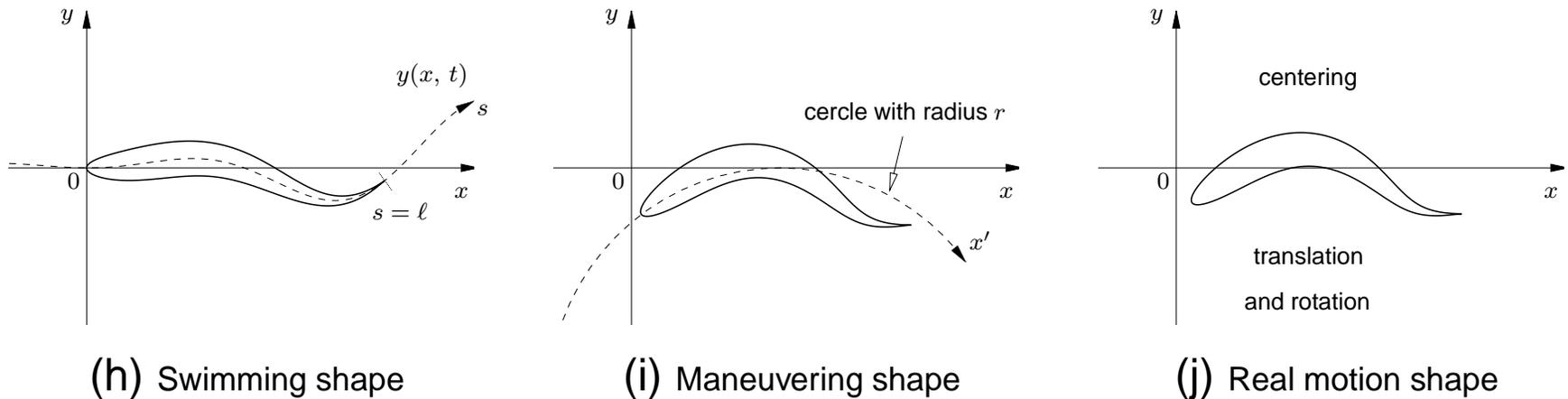
**Tab. :** Efficiency  $R$  of burst and coast swimming for fish  $F_1$  at  $Re = 10^3$  and  $Re = 10^4$  using different couples of  $U_f = \alpha_f U_{max}$  and  $U_i = \alpha_i U_{max}$ .

↪ Nage intermittente efficace à faible vitesse !

# Nage de poissons | Manoeuvres

**Exemple** : aller chercher de la nourriture localisée

**Méthode** : utiliser une courbure moyenne avec  $r$

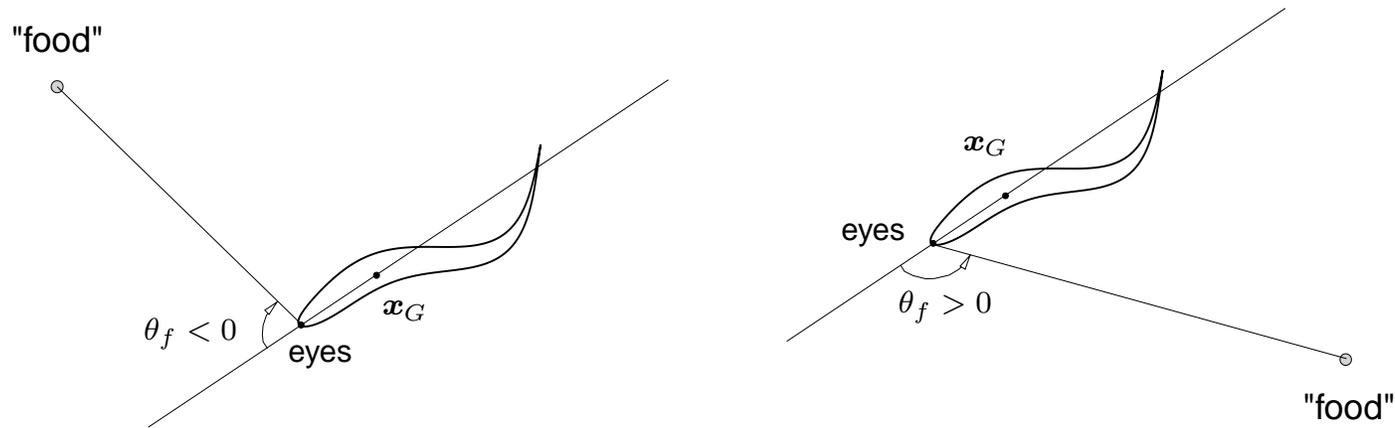


**Fig.** : Sketch of swimming and maneuvering shape.

**Question** : comment adapter  $r$  à la configuration étudiée ?

# Nage de poissons | Manoeuvres

**Idée** : adapter  $r$  à l'angle de vision  $\theta_f$ , soit  $r = r(\theta_f)$  :



**Fig.** : Sketch of the oriented food angle of vision.

$$r(\theta_f) = \begin{cases} \infty & \text{if } \theta_f = 0, \\ \bar{r} & \text{if } \theta_f \geq \bar{\theta}_f, \\ -\bar{r} & \text{if } \theta_f \leq -\bar{\theta}_f, \\ \bar{r} \left( \frac{\bar{\theta}}{\theta_f} \right)^2 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (24)$$

On impose  $|r| \geq \bar{r}$  et  $|\theta_f| \geq \bar{\theta}_f$ . On choisit arbitrairement  $\bar{r} = 0.5$  et  $\bar{\theta} = \pi/4$ .

# Nage de poissons | Manoeuvres

$Re = 10^3$

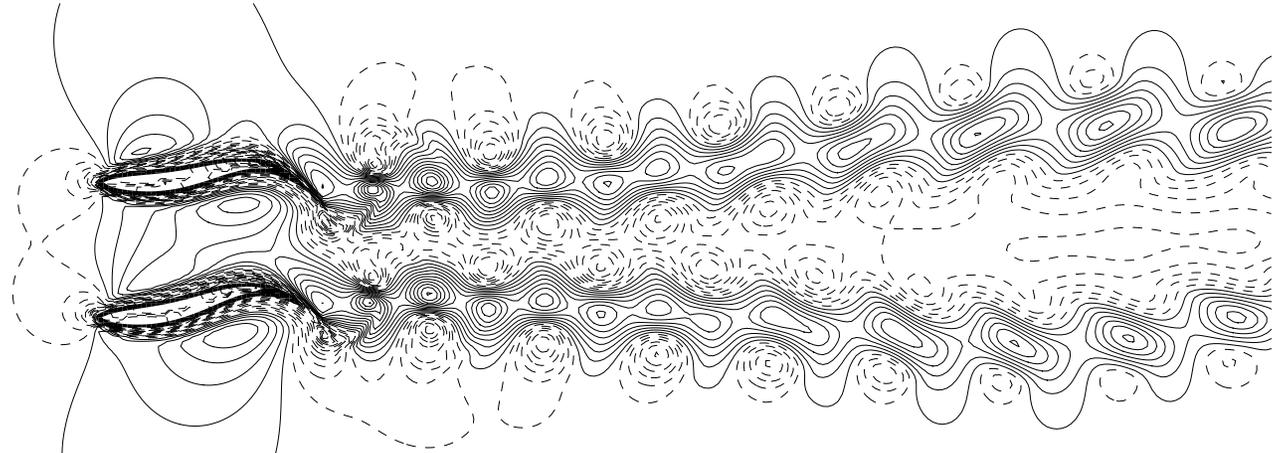
$Re = 10^4$

# Nage de poissons | Nage en groupe

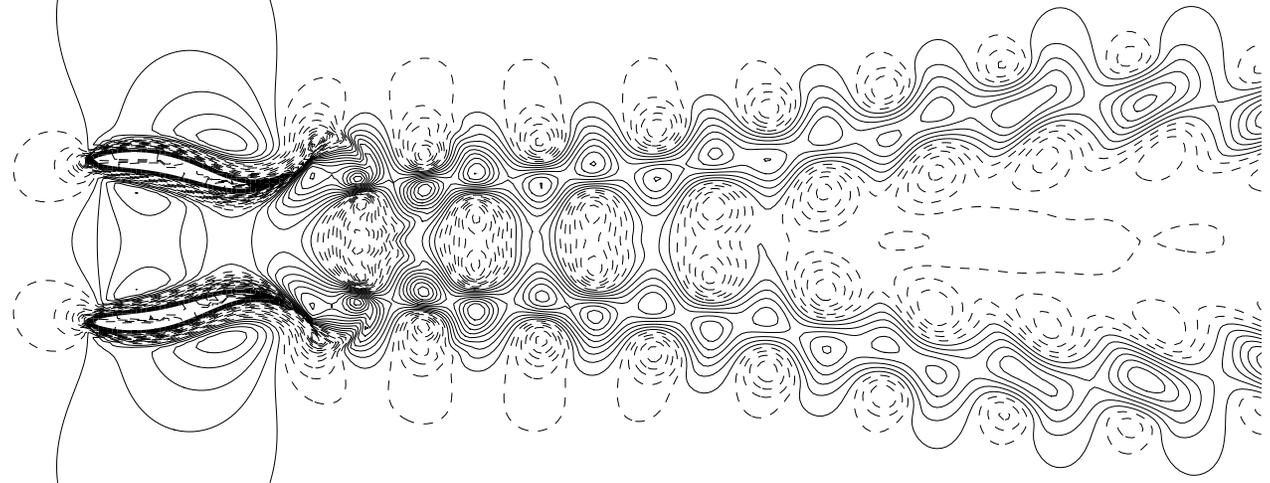
► **Configuration** : petits groupes de 3 poissons  $F_1$

↪ **Etude préliminaire** : 2 poissons  $F_1$  qui nagent parallèlement

Vitesse  $u$   
Phase



Vitesse  $u$   
Anti-phase



# Nage de poissons | Nage en groupe

- ▶ **Observation** : dans le sillage des 2 poissons, existence d'une zone de vitesse de même sens que nage
- ▶ **Idée** : placer un 3ème poisson dans cette zone potentiellement efficace

videos/3sym.avi

videos/3asym.avi

# Nage de poissons | Nage en groupe

## ► But économiser énergie :

↪ Ajuster vitesse 3ème poisson (réguler amplitude queue  $A$ )

	Phase				Anti-phase			
L D	0.4	0.5	0.6	0.7	0.4	0.5	0.6	0.7
1.5	15.0	16.3	11.1	7.1	6.8	6.9	9.8	7.1
2.0	10.1	14.5	9.8	6.0	6.8	6.1	9.8	6.0
2.5	8.4	13.6	9.0	5.1	6.7	5.3	9.0	5.1
3.0	15.0	15.1	6.9	5.0	5.2	5.1	7.0	3.2
3.5	5.2	13.2	6.2	2.2	4.9	5.0	6.2	0.5

**Tab.** : *Percentage of energy saved for the three fishes school in comparison with three independent fishes.  $Re = 10^3$ .*

Le groupe de 3 poissons peut économiser plus de 15% d'énergie !!

# Autres applications | Nage d'une méduse

videos/jelly.avi

⇒ Utilisation des vortex générés (début lent car pas de vortex)

# Autres applications | Eolienne

Pas fixe  
*angle d'attaque constant*

Pas variable (régulation vitesse)  
*angle d'attaque variable*

↔ "Elasticité" modélisée par ressorts sur vitesse et angle

# Autres applications | Aile d'avion avec volets

videos/aile.avi

*Airfoil with 2 flaps  $Re = 1000$ .*

Répondre plusieurs problèmes : turbulence, interface (precision), ...

# Conclusions et perspectives

— Travail récent  $\Rightarrow$  beaucoup de choses à faire !! —

## ► Travaux réalisés :

- $\hookrightarrow$  Code 2D Navier-Stokes + pénalisation équations + level set
- $\hookrightarrow$  Applications : Auto propulsion, ailes ...

## ► Perspectives :

- $\hookrightarrow$  Elasticité
- $\hookrightarrow$  Turbulence

Post doc Thomas Milcent

- $\hookrightarrow$  3D parallele
- $\hookrightarrow$  Contrôle par l'adjoint

Thèse Jessica Hovnanian