

Modélisation et simulation numérique d'écoulements compressibles autour d'obstacles en mouvement

Yannick Gorsse

Université de Bordeaux

5 novembre 2009

- 1 Cadre de l'étude
 - Ecoulements compressibles
 - Pénalisation
 - Code utilisé
- 2 Modélisation des interactions fluide/solide
 - Méthode Coquerelle-Cottet
 - Méthode d'intégration des contraintes
 - Tests
- 3 Conclusions et perspectives

- 1 Cadre de l'étude
 - Écoulements compressibles
 - Pénalisation
 - Code utilisé
- 2 Modélisation des interactions fluide/solide
 - Méthode Coquerelle-Cottet
 - Méthode d'intégration des contraintes
 - Tests
- 3 Conclusions et perspectives

Les équations de Navier Stokes

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_{\Sigma} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{u} dV + \int_{\Sigma} (\rho \vec{u}) \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma + \int_{\Sigma} p \vec{n} = \int_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot \vec{n} d\sigma$$

$$\frac{d}{dt} \int_V (\rho E) dV + \int_{\Sigma} (\rho E + p) \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma = \int_{\Sigma} (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{u} d\sigma + \int_{\Sigma} k \nabla T \cdot \vec{n} d\sigma.$$

Fermeture thermodynamique :

$$p = \rho R T.$$

Pénalisation

$$\frac{d}{dt} \int_V W dV + \int_{\Sigma} \vec{F}_C \cdot \vec{n} d\sigma = \int_{\Sigma} \vec{F}_D \cdot \vec{n} d\sigma - \frac{1}{\eta} \int_V \chi_S (W - W_p) dV$$

Où :

- $\chi_S = H(\Phi)$, où Φ est la fonction level set.
- η est le paramètre de pénalisation,
- $W_p = (\rho_p, \rho_p u_p, \rho_p v_p, \rho_p E_p)$.

Correction de la pression au bord

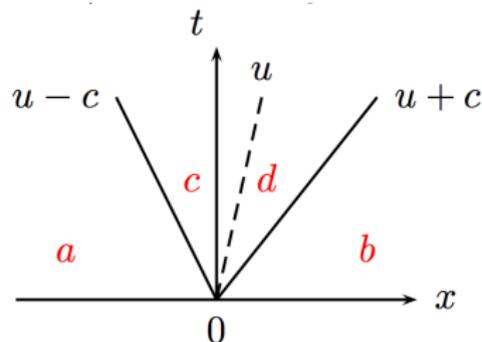
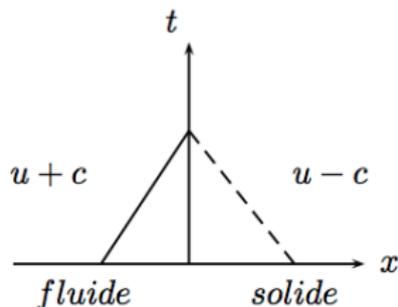


FIGURE: Problème de Riemann généralisé

$$\left. \begin{array}{l} R_3 = \text{cst} \\ s = \text{cst} \end{array} \right\} \text{ à travers } u - c ; \quad \left. \begin{array}{l} R_1 = \text{cst} \\ s = \text{cst} \end{array} \right\} \text{ à travers } u + c .$$

$$R_1 = u - \frac{2}{\gamma - 1} c ; \quad R_3 = u + \frac{2}{\gamma - 1} c$$

Correction de la pression au bord



$$\frac{dR_3}{dt} = 0 \text{ à travers } u - c ; \quad \frac{dR_1}{dt} = -H(x - \lambda_1 t) \frac{1}{\eta} (u - u_B).$$

On impose $u = u_B$ au bord, on obtient $c = \frac{\gamma-1}{2} R_3$

Schéma numérique

Code développé par Haysam Telib, Turin.

- Maillage cartésien
- Schéma volumes finis, ordre 1 et 2 (reconstruction de type MUSCL)
 - Partie convective
 - Solveur d'Osher
 - Correction all speeds
 - Partie diffusive
 - Schéma centré
- Ajout du fast marching (Code développé par Frédéric Chantalat, Bordeaux)

- 1 Cadre de l'étude
 - Ecoulements compressibles
 - Pénalisation
 - Code utilisé
- 2 Modélisation des interactions fluide/solide
 - Méthode Coquerelle-Cottet
 - Méthode d'intégration des contraintes
 - Tests
- 3 Conclusions et perspectives

Méthode Coquerelle-Cottet

Principe :

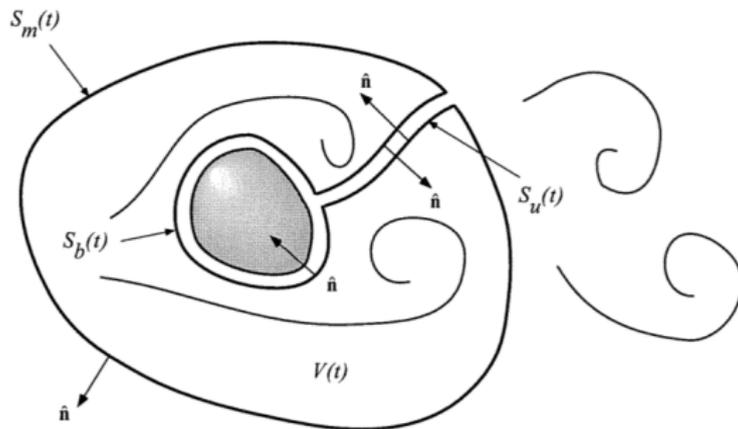
- Approximer le solide par du fluide pendant un pas de temps,
- faire un bilan de déplacement,
- imposer la vitesse au solide par pénalisation.

Méthode Coquerelle-Cottet

- 1 On résout les équations de Navier-Stokes sans pénalisation
- 2 On calcule \bar{u}
- 3 On résout Navier-Stokes pénalisé avec $u_p = \bar{u}$.

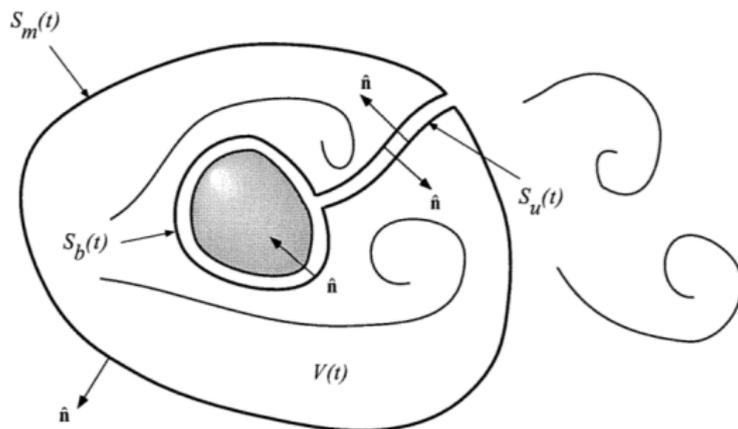
$$\bar{u} = \frac{1}{|S|} \int_K \chi_S u \, dx$$

Méthode d'intégration des contraintes



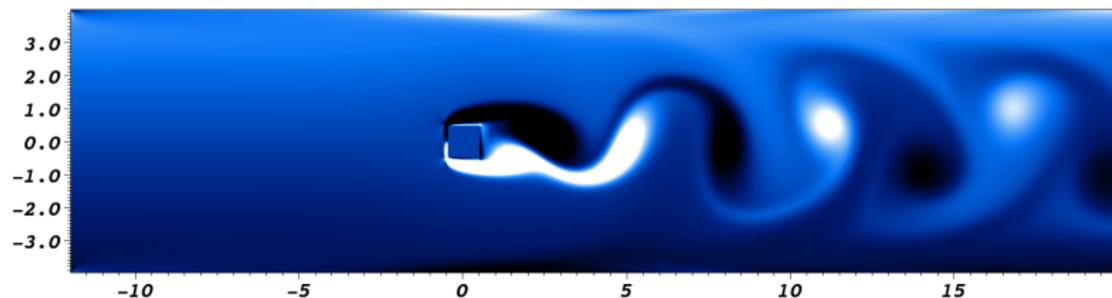
$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \vec{u} dV + \int_{S^*(t)} \left(p \bar{\vec{l}} - \bar{\vec{\tau}} \right) \vec{n}$$
$$\vec{F} = - \int_{S_b(t)} \left(p \bar{\vec{l}} - \bar{\vec{\tau}} \right) \vec{n} dS,$$

Méthode d'intégration des contraintes



$$\vec{F} = -\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho u dV + \oint_{S(t)} \left(-p\bar{l} - \rho u(u - u_S) + \bar{\tau} \right) \cdot \vec{n} dS.$$

Calcul des coefficients aérodynamiques



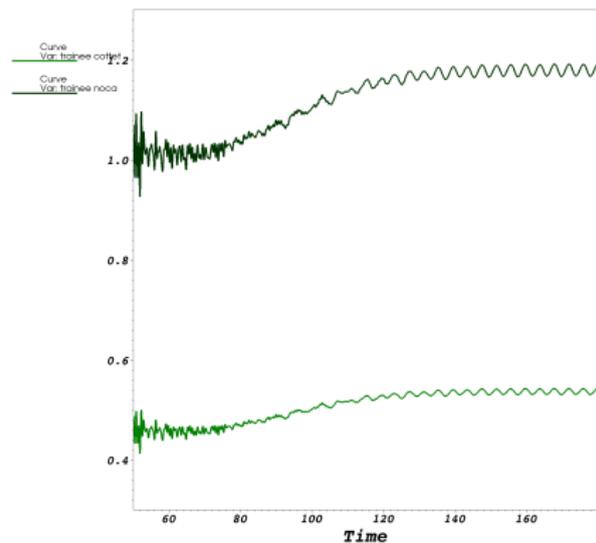
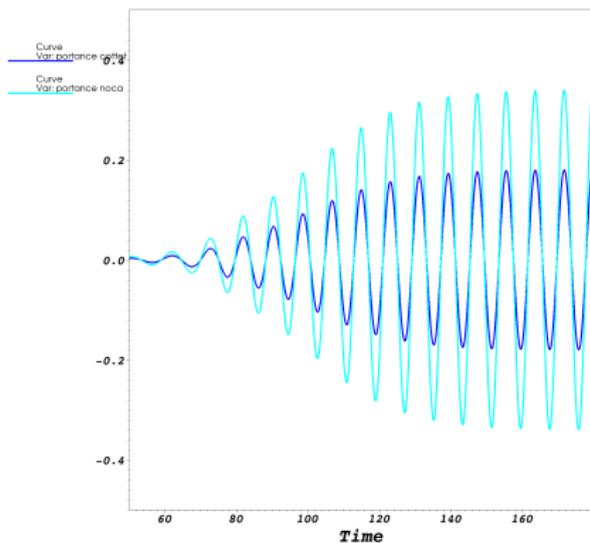
Calcul des coefficients aérodynamiques

$$C_{D,L} = \frac{2F_{x,y}}{\rho U^2 A}$$

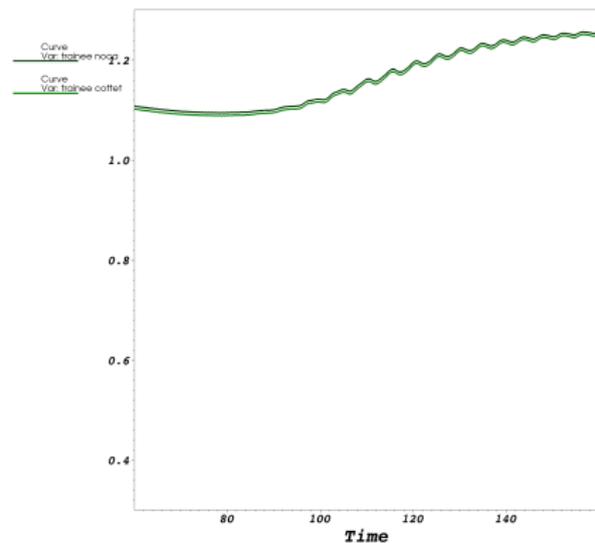
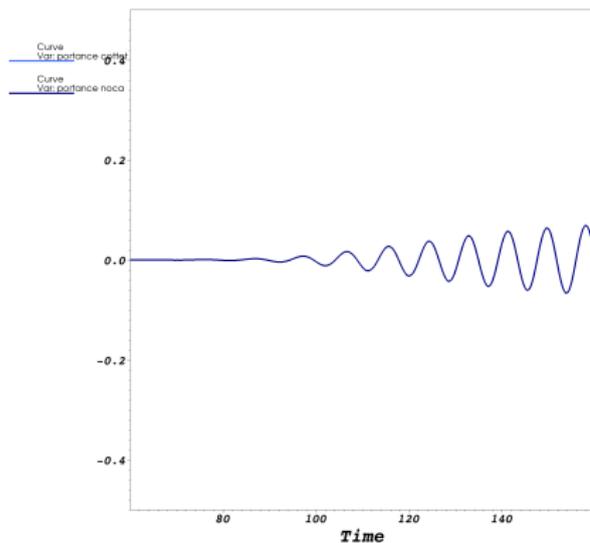
Où :

- ρ est la densité du fluide à l'infini amont,
- U la vitesse du fluide à l'infini amont,
- A l'aire de référence du solide.

Calcul des coefficients aérodynamiques



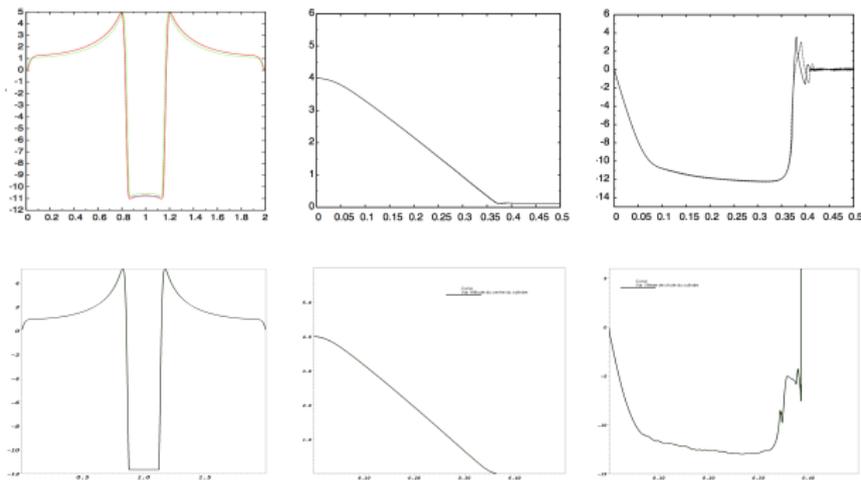
Calcul des coefficients aérodynamiques



Sédimentation d'un cylindre

Cylindre immergé dans un fluide à l'intérieur d'une cavité rectangulaire tombant sous l'effet de la gravité.

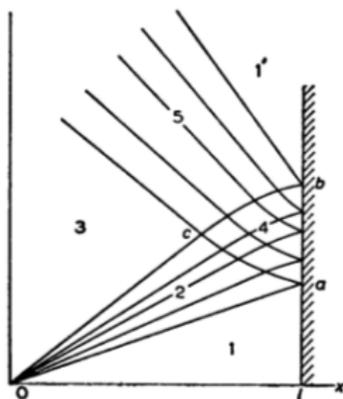
Méthode d'intégration des contraintes, avec correction de pression



- 1 Cadre de l'étude
 - Ecoulements compressibles
 - Pénalisation
 - Code utilisé
- 2 Modélisation des interactions fluide/solide
 - Méthode Coquerelle-Cottet
 - Méthode d'intégration des contraintes
 - Tests
- 3 Conclusions et perspectives

Mise en place d'un cas test

Quantifier la perte de précision, tenter de conserver l'ordre 2 avec la pénalisation.



Conclusions et perspectives

Bilan : Implémentation de deux méthodes de calcul de force dans le cadre compressible.

Perspectives : Montée en ordre, objets élastiques, biolocomotion.