

Modélisation simultanée du vieillissement et de l'efficacité de la maintenance des systèmes réparables

Olivier Gaudoin
avec F. Corset, S. Despréaux, Y. Dijoux et L. Doyen
en collaboration avec EDF R&D

Laboratoire Jean Kuntzmann, Université de Grenoble

Journée SMAI-IMdR
Mathématiques appliquées et Sûreté de fonctionnement

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Contexte

Tout au long de leur vie, les systèmes industriels complexes sont soumis à des actions de maintenance préventive et corrective

- **Maintenance Corrective (MC, réparation)** : effectuée suite à une défaillance, a pour but de remettre le système en état de fonctionner
- **Maintenance Preventive (MP)** : effectuée quand le système fonctionne, a pour but de ralentir le vieillissement pour retarder l'occurrence des défaillances.

Contexte

- MP planifiée : effectuée à des instants prévus à l'avance.
- MP conditionnelle : effectuée suite à une surveillance du système si un état de dégradation avancé est détecté

La sûreté de fonctionnement des systèmes dépend à la fois de leur vieillissement et de l'efficacité des opérations de maintenance

Une maintenance efficace et un vieillissement contrôlé permettent la prolongation de la durée d'exploitation des matériels

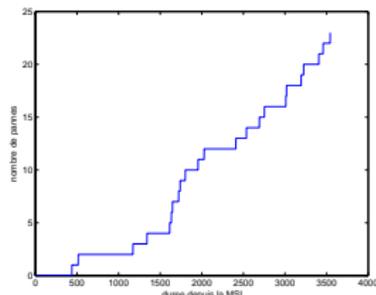
⇒ enjeu industriel capital

Exemple de données 1

Composant d'un système de production d'électricité EDF
23 MC - Dates de MC en jours

438	515	1173	1341	1614	1635	1648	1722	1740
1802	1956	2028	2410	2537	2692	2753	3010	3018
3195	3224	3407	3459	3543				

Nombre de défaillances cumulé :

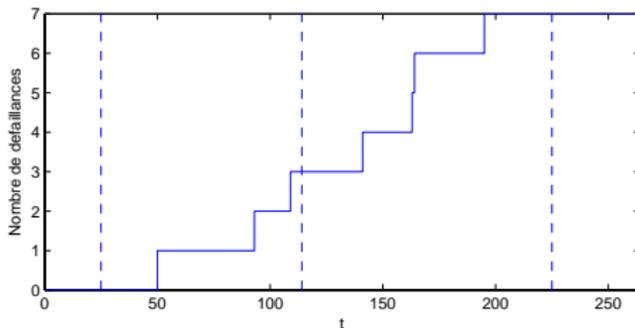


Exemple de données 2

Composant d'un système de production d'électricité EDF

7 MC, 4 MP

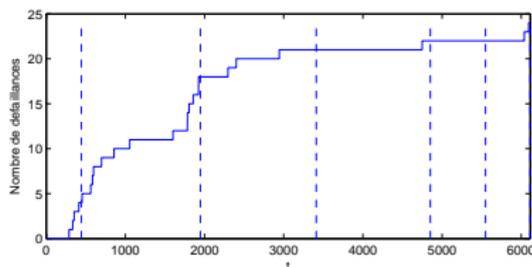
25	50	93	109	114	141
163	164	195	225	264	



Exemple de données 3

24 MC, 5 MP, données censurées à 6113 jours

290	336	353	413	444	453	563	585
598	699	857	1055	1602	1784	1785	1804
1856	1923	1925	1948	2296	2400	2944	3410
4748	4851	5548	6038	6093			



En fait le système n'est pas neuf à l'instant initial et il y a eu 5 MP avant

But de l'exposé

Synthèse des travaux effectués au LJK en collaboration avec EDF R&D :

- Modèles aléatoires du vieillissement et de l'efficacité des maintenances
- Analyse statistique de ces modèles
- Exploitation opérationnelle : évaluation d'indicateurs de fiabilité, planification de la maintenance, pronostic
- Outil logiciel : MARS

But de l'exposé

Synthèse des travaux effectués au LJK en collaboration avec EDF R&D :

- Modèles aléatoires du vieillissement et de l'efficacité des maintenances
- Analyse statistique de ces modèles
- Exploitation opérationnelle : évaluation d'indicateurs de fiabilité, planification de la maintenance, pronostic
- Outil logiciel : MARS

But de l'exposé

Synthèse des travaux effectués au LJK en collaboration avec EDF R&D :

- Modèles aléatoires du vieillissement et de l'efficacité des maintenances
- Analyse statistique de ces modèles
- Exploitation opérationnelle : évaluation d'indicateurs de fiabilité, planification de la maintenance, pronostic
- Outil logiciel : MARS

But de l'exposé

Synthèse des travaux effectués au LJK en collaboration avec EDF R&D :

- Modèles aléatoires du vieillissement et de l'efficacité des maintenances
- Analyse statistique de ces modèles
- Exploitation opérationnelle : évaluation d'indicateurs de fiabilité, planification de la maintenance, pronostic
- Outil logiciel : MARS

But de l'exposé

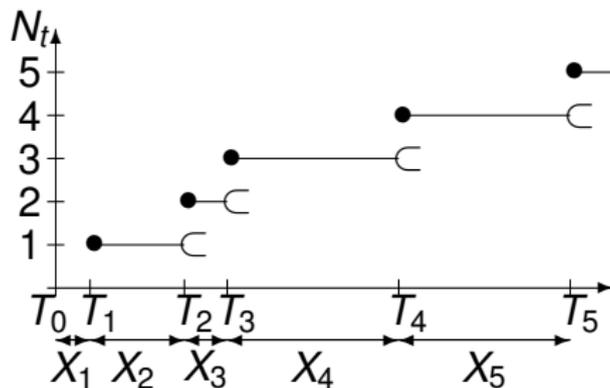
Synthèse des travaux effectués au LJK en collaboration avec EDF R&D :

- Modèles aléatoires du vieillissement et de l'efficacité des maintenances
- Analyse statistique de ces modèles
- Exploitation opérationnelle : évaluation d'indicateurs de fiabilité, planification de la maintenance, pronostic
- Outil logiciel : MARS

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules**
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Notations



- Instants de défaillance : $\{T_i\}_{i \geq 1}$, $T_0 = 0$
- Durées inter-défaillances : $X_i = T_i - T_{i-1}$, $i \geq 1$
- Processus de comptage : $\{N_t\}_{t \geq 0}$
 N_t = nombre de défaillances survenues entre 0 et t

Modélisation du processus de défaillance

Le processus de défaillance est caractérisé par l'**intensité de défaillance**

$$\lambda_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(N_{t+\Delta t} - N_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

où \mathcal{H}_t est l'histoire du processus à l'instant t

Processus ponctuels auto-excités : $\mathcal{H}_t = \sigma(\{N_s\}_{0 \leq s \leq t})$

Intensité initiale

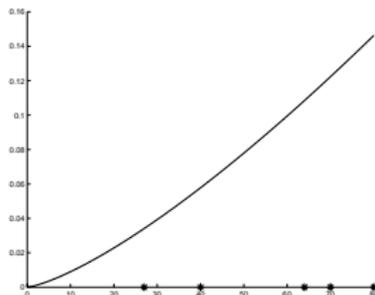
Avant la première défaillance, l'intensité de défaillance est une fonction déterministe et continue du temps $\lambda(t)$, taux de défaillance de T_1 .

- systèmes qui s'usent : $\lambda(t)$ est strictement croissante
- intensité initiale de type Weibull : $\lambda(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}$

Réparation minimale : As Bad As Old (ABAO)

- Chaque maintenance remet le système dans l'état où il était avant la défaillance
- Le processus de défaillance est un processus de Poisson non homogène (NHPP) :

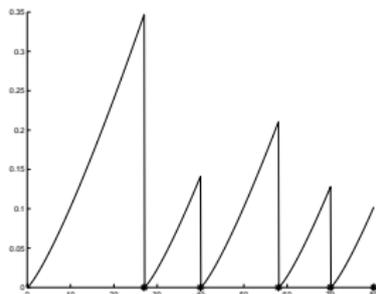
$$\lambda_t = \lambda(t)$$



Réparation parfaite : As Good As New (AGAN)

- Chaque maintenance remet le système à neuf
- Le processus de défaillance est un processus de renouvellement (RP) :

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{N_{t-}})$$



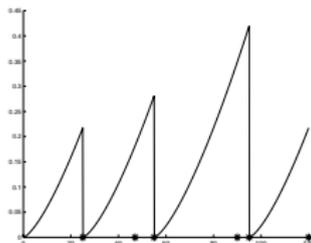
La réalité est entre les cas ABAO et AGAN : **maintenance imparfaite**

Le modèle de Brown-Proschan (BP)

Chaque maintenance est parfaite (AGAN) avec probabilité p et minimale (ABAO) avec probabilité $1 - p$.

$$\left\{ \begin{array}{l} B_i = 1 \quad : i^{\text{ème}} \text{ maintenance AGAN} \\ B_i = 0 \quad : i^{\text{ème}} \text{ maintenance ABAO} \end{array} \right. , \quad B_i \stackrel{iid}{\rightsquigarrow} \mathcal{B}(p)$$

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{N_{t-}} + \sum_{j=1}^{N_{t-}} \prod_{k=j}^{N_{t-}} (1 - B_k)) X_j$$



Les modèles d'âge virtuel

Après la $i^{\text{ème}}$ maintenance, le système se comporte comme un système neuf qui aurait fonctionné une durée A_i sans défaillance :

$$P(X_{i+1} > x | X_1, \dots, X_i, A_i) = P(Y > A_i + x | Y > A_i, A_i)$$

où Y est une variable aléatoire de même loi que X_1

$$\lambda_t = \lambda(A_{N_{t-}} + t - T_{N_{t-}})$$

L'âge virtuel à l'instant t est $A_{N_{t-}} + t - T_{N_{t-}}$

Les modèles d'âge virtuel

A_i est l'âge du système après la $i^{\text{ème}}$ maintenance.

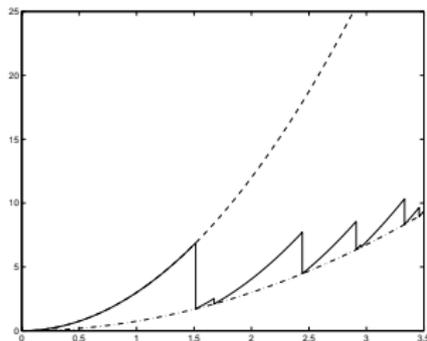
- $A_0 = 0$
- ABAO : $A_i = T_i$
- AGAN : $A_i = 0$
- BP : $A_i = \sum_{j=1}^i \left(\prod_{k=j}^i (1 - B_k) \right) X_j$ = durée écoulée depuis la dernière maintenance parfaite

Le modèle à réduction proportionnelle de l'âge (ARA₁)

L'effet de la $i^{\text{ème}}$ maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, $A_{i-1} + X_i$, d'une quantité proportionnelle au temps X_i écoulé depuis la dernière maintenance :

$$A_i = A_{i-1} + X_i - \rho X_i \Rightarrow A_i = (1 - \rho)T_i$$

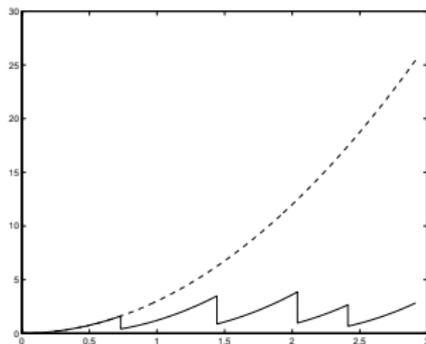
$$\lambda_t = \lambda(t - \rho T_{N_{t-}})$$



Le modèle ARA_{∞}

L'effet de la $i^{\text{ème}}$ maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, $A_{i-1} + X_i$, d'une quantité proportionnelle à cet âge virtuel : $A_i = (1 - \rho)(A_{i-1} + X_i)$

$$\lambda_t = \lambda \left(t - \rho \sum_{j=0}^{N_{t-}-1} (1 - \rho)^j T_{N_{t-}-j} \right)$$



Efficacité de la maintenance

ρ représente l'efficacité de la maintenance :

- $\rho = 1$: AGAN
- $\rho = 0$: ABAO
- $\rho \in]0, 1[$: maintenance efficace mais imparfaite
- $\rho < 0$: maintenance nuisible

Inférence statistique

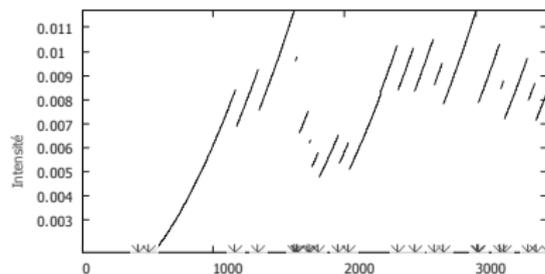
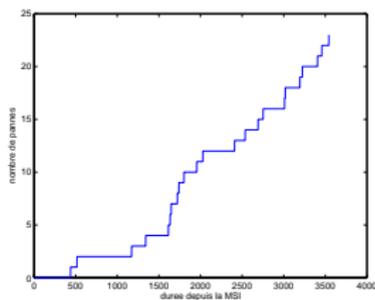
Estimation de α , β et ρ par maximum de vraisemblance

Fonction de vraisemblance associée à l'observation de n défaillances entre 0 et t :

$$L_t(\alpha, \beta, \rho; n, t_1, \dots, t_n) = \left[\prod_{i=1}^n \lambda_{t_i}(i-1; t_1, \dots, t_{i-1}) \right] \\ \times \exp \left(- \sum_{i=1}^{n+1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda_s(i-1; t_1, \dots, t_{i-1}) ds \right)$$

avec $t_0 = 0$ et $t_{n+1} = t$

Exemple de données 1



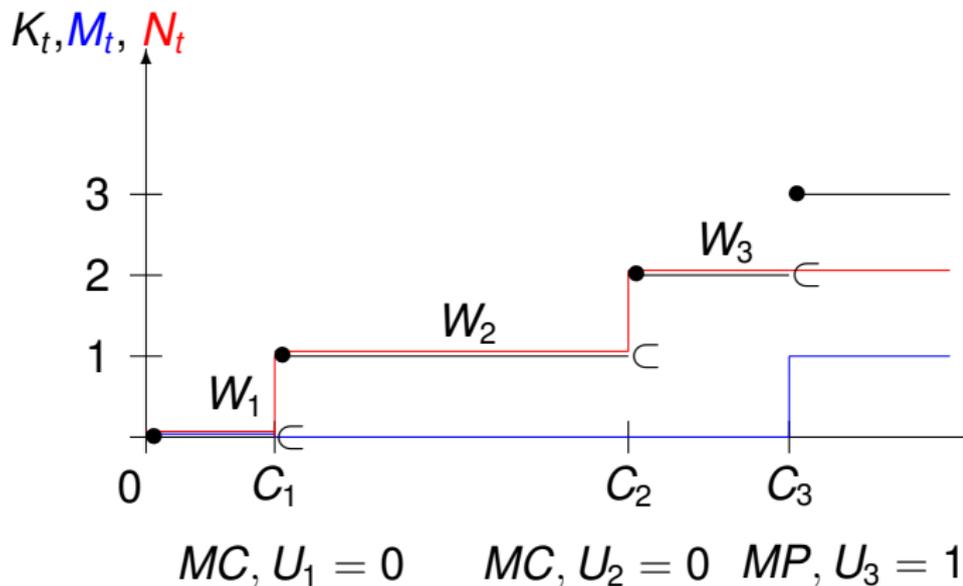
$$\text{Modèle } \text{ARA}_{\infty} : \hat{\alpha} = 8.01 \cdot 10^{-9} \quad \hat{\beta} = 2.84 \quad \hat{\rho} = 0.109$$

⇒ vieillissement intrinsèque fort, maintenance a priori peu efficace mais suffisante pour ralentir significativement l'usure

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives**
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Modélisation du processus de maintenance



Notations

- Instants de maintenance (MC+MP) : $\{C_k\}_{k \geq 1}$
- Durées inter-maintenances (MC+MP) :
 $W_k = C_k - C_{k-1}, k \geq 1$
- Processus de comptage des maintenances :
 $\{K_t\}_{t \geq 0}$ (MC+MP), $\{N_t\}_{t \geq 0}$ (MC), $\{M_t\}_{t \geq 0}$ (MP)

- Types de maintenance :

$$U_k = \begin{cases} 1 & \text{si la } k^{\text{ème}} \text{ maintenance est préventive} \\ 0 & \text{si la } k^{\text{ème}} \text{ maintenance est corrective} \end{cases}$$

⇒ **Processus aléatoires ponctuels bivariés ou colorés**

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives**
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

MP planifiées

La MP est planifiée si à chaque instant t , la date de la prochaine MP potentielle est une fonction déterministe du passé du processus des maintenances :

$$U_{K_{t-}+1} = 1 \Rightarrow \tau_{M_{t-}+1} = C_{K_{t-}} + h_{K_{t-}}(W_1, U_1, \dots, W_{K_{t-}}, U_{K_{t-}})$$

La politique de maintenance est déterminée par les fonctions h_k : réactualisation du programme de MP

MP à dates entièrement déterminées à l'avance
(MP déterministes) :

$$h_k(W_1, \dots, U_k) = \tau_{M_{C_k}+1} - C_k$$

MP planifiées - modélisation

L'intensité de défaillances est toujours de la forme :

$$\lambda_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(N_{t+\Delta t} - N_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

La fonction de vraisemblance s'écrit :

$$L_t(\theta; k, w_1, \dots, u_k) = \left[\prod_{i=1}^k \lambda_{c_i}(j-1; w_1, \dots, u_{i-1})^{1-u_i} \right] \\ \times \exp \left(- \sum_{j=1}^{k+1} \int_{c_{j-1}}^{c_j} \lambda_s(j-1; w_1, \dots, u_{j-1}) ds \right)$$

MP planifiées - modèles de base

Il faut choisir un modèle pour l'effet de chaque type de maintenance.

- MP ABAO - MC ABAO : $\lambda_t = \lambda(t)$
- MP AGAN - MC ABAO : $\lambda_t = \lambda(t - \tau_{M_{t-}})$
- MP AGAN - MC AGAN : $\lambda_t = \lambda(t - C_{K_{t-}})$

MP planifiées - modèle ARA_1 - ARA_1

L'effet de chaque maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, d'une quantité proportionnelle au temps écoulé depuis la dernière maintenance, avec des coefficients de proportionnalités différents pour la MP et la MC :

$$A_{k+1} = \begin{cases} A_k + (1 - \rho_p)W_{k+1} & \text{si } U_{k+1} = 1 \\ A_k + (1 - \rho_c)W_{k+1} & \text{si } U_{k+1} = 0 \end{cases}$$

L'intensité de défaillance est :

$$\lambda_t = \lambda \left(t - \sum_{i=0}^{K_t-} \rho_p^{U_{i+1}} \rho_c^{1-U_{i+1}} W_{i+1} \right)$$

MP planifiées - modèle ARA_{∞} - ARA_{∞}

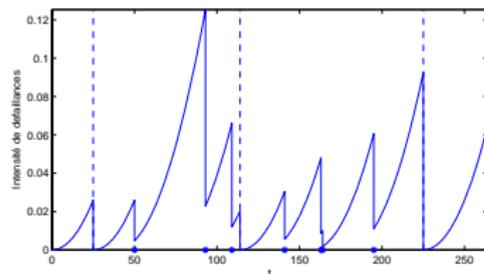
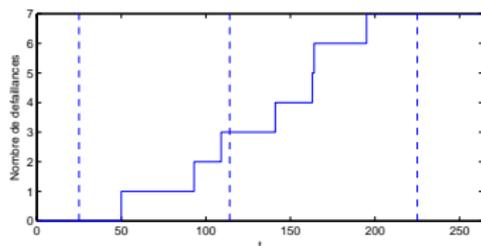
L'effet de chaque maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, d'une quantité proportionnelle à cet âge virtuel, avec des coefficients de proportionnalités différents pour la MP et la MC :

$$A_{k+1} = (1 - \rho_p)^{U_{k+1}} (1 - \rho_c)^{1 - U_{k+1}} [W_{k+1} + A_k]$$

L'intensité de défaillance est :

$$\lambda_t = \lambda \left(t - C_{K_{t-}} + \sum_{j=1}^{K_{t-}} (1 - \rho_p)^{M_t - M_{C_{j-1}}} (1 - \rho_c)^{N_t - N_{C_{j-1}}} W_j \right)$$

Exemple de données 2



$$\text{Modèle ARA}_{\infty}\text{-ARA}_{\infty} : \hat{\alpha} = 1.16 \cdot 10^{-5} \quad \hat{\beta} = 3.05$$

$$\hat{\rho}_c = 0.565 \quad \hat{\rho}_p = 1$$

⇒ vieillissement intrinsèque fort, MP parfaites, MC réduisent de moitié l'âge virtuel du système

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives**
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles**
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

MP conditionnelles

La MP est conditionnelle si elle est effectuée de façon non planifiée en fonction d'une surveillance du système, si celui-ci présente un état de dégradation avancé.

Les MP conditionnelles sont réalisées à des dates aléatoires.

MP conditionnelles - Intensités de maintenance

- **Intensité de maintenance globale :**

$$\lambda_t^K = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(K_{t+\Delta t} - K_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

- **Intensité de défaillance / maintenance corrective :**

$$\lambda_t^N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(N_{t+\Delta t} - N_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

- **Intensité de maintenance préventive :**

$$\lambda_t^M = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(M_{t+\Delta t} - M_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

$$\lambda_t^K = \lambda_t^N + \lambda_t^M$$

Les intensités de MC et de MP définissent entièrement le processus de maintenance.

MP conditionnelles - vraisemblance

La fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\begin{aligned} L_t(\theta; k, w_1, \dots, u_k) &= \left[\prod_{i=1}^k \lambda_{c_i}^N(i-1; w_1, \dots, u_{i-1})^{1-u_i} \right] \\ &\times \left[\prod_{i=1}^k \lambda_{c_i}^M(i-1; w_1, \dots, u_{i-1})^{u_i} \right] \\ &\times \exp \left(- \sum_{j=1}^{k+1} \int_{c_{j-1}}^{c_j} \lambda_s^K(j-1; w_1, \dots, u_{j-1}) ds \right) \end{aligned}$$

MP conditionnelles - modélisation

Pour construire un modèle, il faut prendre en compte :

- l'efficacité des 2 types de maintenance : AGAN, ABAO, ARA, BP, ...
- la dépendance entre les 2 types de maintenance :
 - MC et MP sont liées à travers le processus de dégradation
 - le but de la MP est de réduire la fréquence des défaillances, donc la MP doit retarder la MC
 - la MC peut avoir une influence sur la politique de MP future

→ **modèles de risques concurrents**

Modèles d'âge virtuel généralisés

$$\lambda_t^N = \lambda_c(A_{K_{t-}} + t - C_{K_{t-}}) \quad \text{et} \quad \lambda_t^M = \lambda_p(A_{K_{t-}} + t - C_{K_{t-}})$$

où λ_c et λ_p sont les taux de sous-hasard reliant les dates potentielles des premières MC et MP :

$$\lambda_c(w) = \lim_{\Delta w \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta w} P(w < W_1 \leq w + \Delta w, U_1 = 0 | W_1 > w)$$

$$\lambda_p(w) = \lim_{\Delta w \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta w} P(w < W_1 \leq w + \Delta w, U_1 = 1 | W_1 > w)$$

Exemple : modèle Alert-Delay

Principe :

- le système envoie une alerte juste avant la défaillance
- un délai est nécessaire pour effectuer la MP après l'alerte

$$Y_1 = pZ_1 + \varepsilon$$

- Y_1 est la date de la première MP potentielle
- Z_1 est la date de la première MC potentielle, de loi $\exp(\lambda)$
- $p \in [0, 1]$, alerte délivrée à pZ_1
- délai ε indépendant de Z_1 et de loi $\exp(\mu)$
- $W_1 = \min(Y_1, Z_1)$ et $U_1 = \mathbb{1}_{\{Y_1 < Z_1\}}$

Exemple : modèle Alert-Delay

Taux de sous-hasard :

$$\lambda_c(w) = \frac{\lambda(\lambda - \rho\mu)}{\lambda - \rho\mu e^{-\frac{(1-\rho)(\lambda-\rho\mu)}{\rho}w}}$$

$$\lambda_p(w) = \lambda\mu \frac{1 - e^{-\frac{(1-\rho)(\lambda-\rho\mu)}{\rho}w}}{\lambda - \rho\mu e^{-\frac{(1-\rho)(\lambda-\rho\mu)}{\rho}w}}$$

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 **Quelques aspects particuliers**
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers**
 - **Indicateurs et pronostic**
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Indicateurs et pronostic

- Fiabilité : $R_t(\tau) = P(T_{N_{t+1}} - t > \tau \mid \mathcal{H}_t) = e^{-\int_t^{t+\tau} \lambda_u du}$
- MTTF : $MTTF_t = E[T_{N_{t+1}} - t \mid \mathcal{H}_t] = \int_0^{+\infty} R_t(\tau) d\tau.$
- Nombre moyen de défaillances : $E[N_t] = E\left[\int_0^t \lambda_u du\right]$
- Pronostic : ayant choisi un modèle sur la base du passé, on peut simuler le futur selon plusieurs politiques de MP et choisir la meilleure d'entre elles

Plan

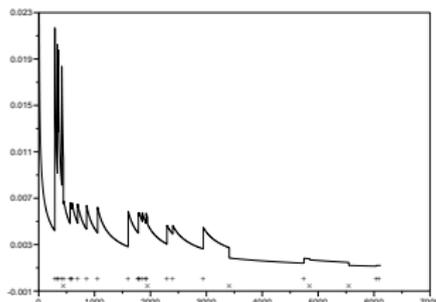
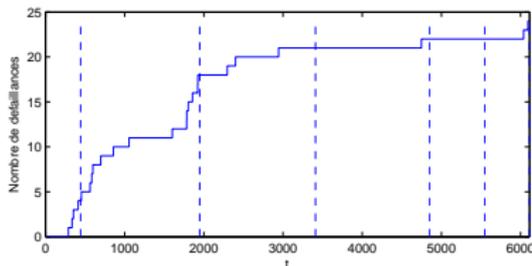
- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 **Quelques aspects particuliers**
 - Indicateurs et pronostic
 - **Intensité initiale non croissante**
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Intensité initiale non croissante

- Les modèles ont été conçus pour des systèmes qui s'usent : intensité initiale croissante
- En pratique, ce n'est pas toujours le cas
- Exemple de données 3 :

$$\begin{array}{ll} \text{Modèle } \text{ARA}_1\text{-ARA}_1 : & \hat{\alpha} = 0.132 & \hat{\beta} = 0.53 \\ & \hat{\rho}_c = 0.97 & \hat{\rho}_p = -2 \end{array}$$

Intensité initiale non croissante



$\hat{\beta} < 1 \Rightarrow$ intensité initiale décroissante

\Rightarrow l'interprétation de ρ_p et ρ_c est à modifier

Il faut adapter les modèles au cas d'une intensité initiale décroissante ou en baignoire

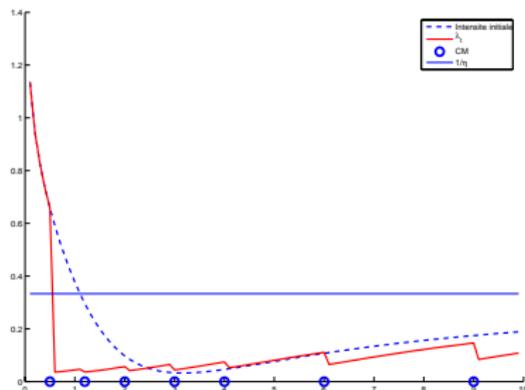
Intensité initiale en baignoire

Principe : la maintenance augmente l'âge virtuel en période de jeunesse et réduit l'âge virtuel en période de vieillissement

Exemple de modèle : si p maintenances ont eu lieu en période de jeunesse,

$$A_n = \begin{cases} T_n + \sum_{i=0}^{n-1} \rho_J (1 - \rho_J)^i (t_J - T_{n-i}) & \text{si } n \leq p \\ t_J + (1 - \rho_V) \left(\sum_{i=0}^{p-1} \rho_J (1 - \rho_J)^i (t_J - T_{p-i}) + T_n - t_J \right) & \text{sinon} \end{cases}$$

Intensité initiale en baignoire



Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers**
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances**
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Estimation des effets individuels des maintenances

L'efficacité de la maintenance est représentée par un paramètre global ρ ou p

On aimerait différencier les effets de chaque maintenance

- MC ABAO - MP BP déterministes
- Modèle de Brown-Proschan :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_i = 1 \quad : i^{\text{ème}} \text{ MP AGAN} \\ B_i = 0 \quad : i^{\text{ème}} \text{ MP ABAO} \end{array} \right. , \quad B_i \overset{iid}{\rightsquigarrow} \mathcal{B}(p)$$

- p est l'efficacité globale des maintenances

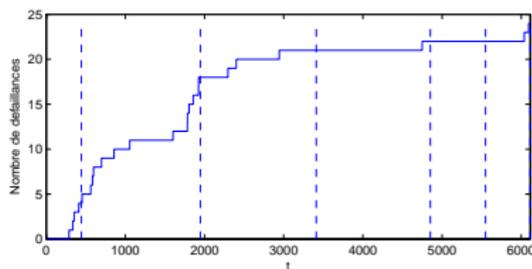
Estimation des effets individuels des maintenances

Idée : Evaluer l'efficacité de la $j^{\text{ème}}$ MP par la probabilité que la $j^{\text{ème}}$ MP ait été AGAN sachant les observations

$$\begin{aligned} P_j &= P(B_j = 1 \mid N_t, T_1 = t_1, \dots, T_{N_t} = t_{N_t}) \\ &= P(B_j = 1) \frac{f_{T_1, \dots, T_{N_t}, N_t \mid B_j=1}(t_1, \dots, t_{N_t})}{f_{T_1, \dots, T_{N_T}, N_T}(t_1, \dots, t_{N_T})} \\ &= p \frac{L_{t-\tau_j; N_T - N_{\tau_j}, t_{N_{\tau_j}+1} - \tau_j, \dots, t_{N_T} - \tau_j}}{L_{t; N_T, t_1, \dots, t_{N_T}}} \end{aligned}$$

que l'on peut estimer

Exemple de données 3



Efficacité des MP : 0.023 0.996 0.998 0.988 0.850
 $\hat{p} = 0.77$

- La première MP est jugée inefficace, ce qui justifie l'avalanche de défaillances qui a suivi (mais pas celle qui précède)
- les MP suivantes sont presque parfaites

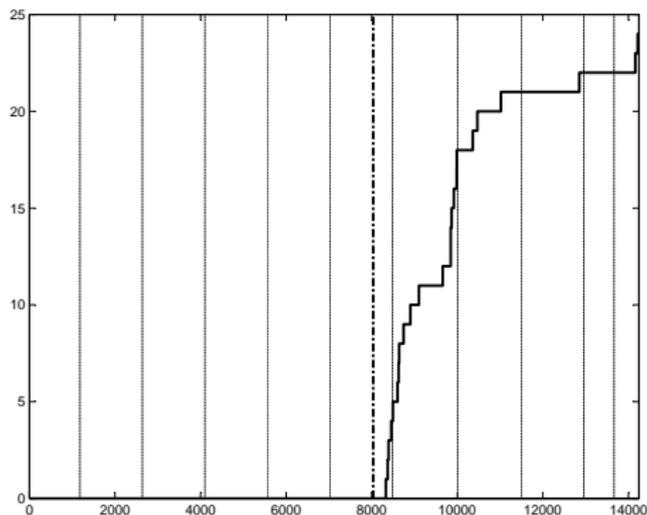
Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers**
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche**
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Censure à gauche

- Les modèles supposent que le système est neuf au début de la période de collecte des données de défaillance
- Ce n'est pas toujours vrai en pratique
- Exemple de données 3 : on connaît la date de mise en service et les dates de MP mais pas les dates de MC avant le début de la période d'observation

Exemple de données 3



Censure à gauche

Modèle MC ABAO - MP BP déterministes : on peut écrire la vraisemblance et estimer les efficacités individuelles des MP

avant la censure : 0.61 0.62 0.69 0.73 0.07

après la censure : 0.00 1.00 1.00 0.99 0.85

$$\hat{p} = 0.61$$

La dernière MP avant la censure et la première après la censure sont jugées inefficaces, ce qui justifie l'avalanche de défaillance dès le début de l'observation

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers**
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne**
- 5 Conclusion et perspectives

Inférence bayésienne

- peu de données pour des systèmes fiables
- avis d'experts

⇒ approche bayésienne

Traduction des avis d'experts en lois a priori pour les paramètres :

- loi gamma pour α , uniforme pour β , beta pour ρ_p et ρ_c

Inférence bayésienne

Exemples d'a priori possibles :

- vieillissement intrinsèque : $\beta > 1$
- MP meilleure que MC : $\rho_p > \rho_c$

Résultats :

- approche bayésienne efficace quand il y a très peu de données
- forte sensibilité au choix de l'a priori
- comment traduire de manière appropriée les avis d'experts ?

Plan

- 1 Introduction
- 2 Maintenances correctives seules
- 3 Maintenances correctives et préventives
 - MP planifiées
 - MP conditionnelles
- 4 Quelques aspects particuliers
 - Indicateurs et pronostic
 - Intensité initiale non croissante
 - Estimation des effets individuels des maintenances
 - Censure à gauche
 - Inférence bayésienne
- 5 Conclusion et perspectives

Ce qu'on sait faire

- Modéliser les effets simultanés du vieillissement et de la maintenance
- Cas des maintenances planifiées, déterministes, conditionnelles
- Prendre en compte la période de jeunesse, la censure à gauche, les avis d'experts
- Estimer les effets de chaque maintenance sous l'hypothèse BP

Ce qu'on sait faire

- Modéliser les effets simultanés du vieillissement et de la maintenance
- Cas des maintenances planifiées, déterministes, conditionnelles
- Prendre en compte la période de jeunesse, la censure à gauche, les avis d'experts
- Estimer les effets de chaque maintenance sous l'hypothèse BP

Ce qu'on sait faire

- Modéliser les effets simultanés du vieillissement et de la maintenance
- Cas des maintenances planifiées, déterministes, conditionnelles
- Prendre en compte la période de jeunesse, la censure à gauche, les avis d'experts
- Estimer les effets de chaque maintenance sous l'hypothèse BP

Ce qu'on sait faire

- Modéliser les effets simultanés du vieillissement et de la maintenance
- Cas des maintenances planifiées, déterministes, conditionnelles
- Prendre en compte la période de jeunesse, la censure à gauche, les avis d'experts
- Estimer les effets de chaque maintenance sous l'hypothèse BP

Ce qu'on sait faire

- Modéliser les effets simultanés du vieillissement et de la maintenance
- Cas des maintenances planifiées, déterministes, conditionnelles
- Prendre en compte la période de jeunesse, la censure à gauche, les avis d'experts
- Estimer les effets de chaque maintenance sous l'hypothèse BP

Perspectives

- Intervalles de confiance
- Choix de modèles
- Prendre en compte des covariables
- Détecter des ruptures
- Intégrer les inspections, les mesures de dégradation
- ...

Perspectives

- Intervalles de confiance
- Choix de modèles
- Prendre en compte des covariables
- Détecter des ruptures
- Intégrer les inspections, les mesures de dégradation
- ...

Perspectives

- Intervalles de confiance
- Choix de modèles
- Prendre en compte des covariables
- Détecter des ruptures
- Intégrer les inspections, les mesures de dégradation
- ...

Perspectives

- Intervalles de confiance
- Choix de modèles
- Prendre en compte des covariables
- Détecter des ruptures
- Intégrer les inspections, les mesures de dégradation
- ...

Perspectives

- Intervalles de confiance
- Choix de modèles
- Prendre en compte des covariables
- Détecter des ruptures
- Intégrer les inspections, les mesures de dégradation
- ...

Perspectives

- Intervalles de confiance
- Choix de modèles
- Prendre en compte des covariables
- Détecter des ruptures
- Intégrer les inspections, les mesures de dégradation
- ...