

## Sujet 2016

### Problème de Cauchy et analyse asymptotique de la dynamique de structures immergées dans un fluide incompressible.

Franck Sueur et Marius Tucsnak

-----  
Il s'agit d'une thèse en Equations aux Dérivées Partielles dont le financement est assuré conjointement par le Conseil Régionale d'Aquitaine\* et l'Agence Nationale de la Recherche\*\*

Le sujet porte sur le problème de Cauchy et l'analyse asymptotique de la dynamique de structures immergées dans un fluide incompressible.

Plus précisément les structures immergées considérées sont soit des particules rigides soit des structures déformables modélisant des poissons, et les petits paramètres intervenant dans l'analyse asymptotique sont la taille de la structure et la viscosité du fluide.

En premier lieu l'analyse portera sur le cas de particules rigides et on se restreindra au cas d'écoulements bidimensionnels. Dans le cas où le fluide ambiant est supposé régi par les équations d'Euler (modèle de fluide parfait incompressible) les travaux récents (1), (2) et (3) mettent en évidence l'importance cruciale des effets gyroscopiques dans le passage à la limite de l'équation du mouvement d'une particule rigide lorsque le diamètre de celle-ci tend vers 0.

Ceci donne d'ailleurs un éclairage nouveau à un modèle classique de tourbillon ponctuel remontant à Helmholtz, Kirchhoff, Poincaré et Kelvin.

Le but du projet est d'étendre l'analyse au cas d'un fluide régi par les équations de Navier-Stokes (modèle de fluide visqueux incompressible). Une conjecture aussi ancienne qu'intuitive est que la vitesse de la particule devrait rapidement converger vers la vitesse du fluide non perturbé par la présence de celle-ci, du moins si la densité de la particule n'est pas trop importante par rapport à celle du fluide, cf (4) et (5). La vérification de cette conjecture est un des objectifs de la thèse. Pour s'appuyer sur les convictions acquises sur le cas des équations d'Euler, on considèrera dans un premier temps les conditions aux limites de type glissement, cf. (6), et on cherchera encore une fois la dynamique limite lorsque la taille d'une particule solide immergé de dimension deux se réduit à zéro. Puis viendra le temps de traiter le cas sans doute plus difficile où l'on prescrit des conditions d'adhérence à la frontière fluide-particule.

Un prolongement naturel est celui où la structure immergée n'est plus une particule rigide mais une structure déformable. On pense ici à la modélisation de la nage d'un poisson, une problématique qui fait l'objet de nombreux travaux actuellement.

Il y a ici beaucoup à faire à commencer par l'étude du problème de Cauchy. Dans le cas où le fluide ambiant est supposé être parfait, l'existence et l'unicité locales de solutions classiques dans un tel contexte constituerait à la fois une extension intéressante des travaux (7) et (8) sur le cas d'une structure rigide et un analogue des résultats de (9) qui traitent eux du cas visqueux. On pourrait ensuite s'intéresser à la transition d'un modèle à l'autre en étudiant le passage à la limite de viscosité nulle. Il serait intéressant notamment de voir l'impact de la nage du poisson sur les couches limites c'est-à-dire sur la transition abrupte de la vitesse du fluide au voisinage de l'interface fluide/structure, qui constitue un obstacle majeur à la justification mathématique du passage à la limite de Navier-Stokes vers Euler dans le cas d'une interface rigide.

\* Projet Recherche du Conseil Régionale d'Aquitaine "Ecoulements côtiers, énergies marines : une approche mathématique"

\*\* Projet ANR "Interaction fluide-structure : modélisation, analyse, contrôle et simulation"

- (1) O. Glass, C. Lacave and F. Sueur, On the motion of a small body immersed in a two dimensional incompressible perfect fluid. Bulletin de la SMF. Volume 142, fascicule 3, p489-536, 2014.
- (2) O. Glass, A. Munnier and F. Sueur, Dynamics of a point vortex as limits of a shrinking solid in an irrotational fluid. Submitted. [arXiv:1402.5387](#), 2014.
- (3) O. Glass, C. Lacave and F. Sueur, On the motion of a small light body immersed in a two dimensional incompressible perfect fluid with vorticity. Communications in Mathematical Physics. To appear. [arXiv:1410.6062](#), 2014.
- (4) M. Chipot, G. Planas, J.-C. Robinson and W. Xue. Limits of the Stokes and Navier-Stokes equations in a punctured periodic domain. [arXiv:1407.6942](#), 2014.
- (5) C. Lacave and T. Takahashi, Small moving rigid body into a viscous incompressible fluid, [arXiv preprint arXiv:1506.08964](#), 2015.
- (6) G. Planas and F. Sueur, On the "viscous incompressible fluid + rigid body" system with Navier conditions, Annales de l'Institut Henri Poincaré / Analyse non lineaire. Volume 31, Issue 1, p55-80, 2014.
- (7) J.G. Houot, J. San Martín and M. Tucsnak, Existence of solutions for the equations modeling the motion of rigid bodies in an ideal fluid. J. Funct. Anal. 259, no. 11, 2856–2885, 2010.
- (8) O. Glass, F. Sueur and T. Takahashi, Smoothness of the motion of a rigid body immersed in an incompressible perfect fluid. With Olivier Glass and T. Takahashi. Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure. Volume 45 no. 1, p1-51, 2012.
- (9) J. San Martín, J.F. Scheid, T. Takahashi and M. Tucsnak, An initial and boundary value problem modeling of fish-like swimming. Arch. Ration. Mech. Anal. 188, no. 3, 429–455, 2008.