

# Sujet de thèse

**Titre :** Points conjugués des tores lorentziens

**Directeur de thèse :** Christophe Bavard

**Laboratoire d'accueil :** Institut de Mathématiques de Bordeaux  
UMR 5251 CNRS  
Université Bordeaux 1  
351, cours de la Libération  
33405 TALENCE Cedex

**Description du sujet :** Les points conjugués jouent un rôle important en géométrie riemannienne et lorentzienne, en particulier pour l'étude du rayon d'injectivité. Dans le cadre riemannien, l'absence de points conjugués impose des contraintes assez fortes sur la topologie de la variété, et parfois même sur sa géométrie. Ainsi, un théorème de E. Hopf (1948) affirme que toute métrique riemannienne sur le tore  $T^2$  sans points conjugués est nécessairement plate, c'est-à-dire à courbure nulle, [Hop48].

La situation s'avère moins rigide dans le cadre lorentzien : l'existence d'un tore lorentzien non plat et sans point conjugués a été mise en évidence dans [BM13]. Ce résultat récent soulève de nombreux problèmes naturels et illustre la richesse de la géométrie lorentzienne. On examinera notamment les questions suivantes : propriétés extrémales éventuelles de l'exemple de [BM13], existence d'autres exemples, structure topologique de l'ensemble des métriques sans points conjugués sur le tore  $T^2$ .

## Références

- [BM13] Christophe Bavard and Pierre Mounoud. Sur les surfaces lorentziennes compactes sans points conjugués. *Geom. Topol.*, 17(1) :469–492, 2013.
- [Hop48] Eberhard Hopf. Closed surfaces without conjugate points. *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.*, 34 :47–51, 1948.