

Projet de l'équipe de théorie des nombres

Responsable : Olivier Brinon

02/02/2021

Objets d'étude de la théorie des nombres

- Équations diophantiennes (solutions entières de systèmes d'équations polynomiales).
- Arithmétique des corps de nombres (extensions finies de \mathbb{Q}).
- Les groupes de Galois des corps de nombres.
- Les représentations galoisiennes.
- Étude des variétés algébriques sur un corps de nombres.
- Classification birationnelle des variétés algébriques.

- Étude des fonctions analytiques qui contiennent des informations arithmétiques (fonction ζ , fonctions L des formes automorphes).
- Aspects algorithmiques.
- Applications : cryptographie, codage.

Domaine très actif.

- La notion de o -minimalité, introduite par Pila et Zannier a permis des avancées majeures sur des questions d'intersection entre sous-variétés générales et sous-variétés spéciales ;
- travaux de Birkar sur le programme de Mori ;
- travaux de Scholze en théorie de Hodge p -adique et sur le programme de Langlands.

Effectifs

40 membres permanents : 10 PR, 6 PR émérites, 14 MCF, 9 chercheurs, 1 ingénieur CNRS.

2 post-doctorants, 19 doctorants.

Production scientifique, encadrement

- Environ 200 articles depuis 2015.
- HDR (2015-2020) : B. Morin, F. Pazuki, G. Castagnos, D. Tossici.
- 36 thèses soutenues, 19 thèses en cours.

Implication dans la formation

- Masters AGTN et ALGANT (avec des membres des autres équipes).
- Master CSI (avec des membres du LaBRI).

Vie de l'équipe et animation de la recherche

- Séminaire de théorie des nombres.
- Séminaire de théorie algorithmique des nombres.
- Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux. Revue à comité éditorial international publié avec le soutien du CNRS et de l'IMB.
- Développement logiciel (PARI/GP, Arb, GNU MPC, Calcium, ...), tables (Corps de nombres, Fungrim).
- GDR Jeunes Chercheuses et Jeunes Chercheurs en Arithmétique (JC2A) dirigé par G. Ricotta ;
- Conférences : ECC 2015, Iwasawa 2019.

Interactions

- Équipe de géométrie (géométrie algébrique complexe).
- LaBRI (codes et cryptologie, sécurité informatique, combinatoire).

Départs : A. Cadoret (MCF), B. Erez (PR), J.-F. Jaulent (PR, retraite), M. Matignon (PR, retraite), N. Mazzari (MCF), F. Pazuki (MCF), G. Rémond (DR), J. Tong (MCF).

Recrutements : É. Balandraud (MCF), R. Barbulescu (CR), X. Caruso (DR), A. Fanelli (MCF), F. Johansson (CR Inria), F. Jouve (PR), A. Page (CR Inria), A. Pellet-Mary (CR), B. Wesolowski (CR).

- ▶ Problèmes diophantiens
- ▶ Géométrie algébrique et arithmétique
- ▶ Théorie algébrique des nombres
- ▶ Théorie analytique des nombres
- ▶ Algorithmique arithmétique, cryptologie et mathématiques discrètes

PR : P. Autissier, Yu. Bilu, J.-M. Deshouillers (émérite).

MCF : M.-L. Chabanol, J.-J. Ruch.

Départs : G. Rémond, F. Pazuki.

Thèmes de recherche : Étude des points entiers et rationnels des variétés, complexité arithmétique (hauteurs), approximation diophantienne, transcendance, variétés abéliennes, groupe de Mordell-Weil, variétés de Shimura, conjecture d'André-Oort, effectivité.

Résultats notables :

- étude du régulateur du groupe de Mordell-Weil des courbes elliptiques sur un corps global (Autissier) ;
- version effective de la conjecture d'André-Oort pour les sous-espaces linéaires de $Y(1)_{\mathbb{C}}^n$ (Bilu) ;
- finitude de l'ensemble des courbes elliptiques CM sur \mathbb{C} dont l'invariant j est une unité algébrique (Bilu).

Collaborations : Intérêts communs avec les thèmes théorie algébrique des nombres et géométrie algébrique. Collaborations avec Bâle, Copenhague, Paris, Nancy, Xiamen.

PR : Q. Liu, M. Matignon (émérite), Pi. Cassou-Noguès (émérite).

MCF : D. Tossici, A. Fanelli.

CNRS : B. Morin.

Départs : A. Cadoret, J. Gillibert, J. Tong.

Recrutements : A. Fanelli (2019).

Thèmes de recherche : Classification birationnelle des variétés algébriques, algèbre commutative, géométrie affine, réduction stable des courbes planes, modèles de Néron, théories cohomologiques, motifs, valeurs spéciales des fonctions zêtas, dimension essentielle, variétés abéliennes et schémas en groupes, singularités.

Résultats notables :

- M. Flach, B. Morin, *Weil-Étale Cohomology and Zeta-Values of Proper Regular Arithmetic Schemes*. Documenta Mathematica 23 (2016) ;
- O. Gabber, Q. Liu, D. Lorenzini, *Hypersurfaces in projective schemes and a moving lemma*, Duke Math. Journal, 164 (2015).

Collaborations : Athens (Etats-Unis), Los-Angeles, Paris, Rennes, Pise, Padoue, Beijing, Madrid, Chicago, Ottawa, Tokyo.

PR : D. Benois, O. Brinon, J.-F. Jaulent (émérite), Ph. Cassou-Noguès (émérite).

DR : X. Caruso.

MCF : L. Herr, A. Jehanne, P. Parent, A. Thiery.

Départs : B. Erez, N. Mazzari.

Recrutements : X. Caruso (2018).

Thèmes de recherche : Représentations p -adiques, théorie de Hodge p -adique, formes modulaires p -adiques, théorie d'Iwasawa et fonctions L , fonctions L p -adiques, (1-)motifs, géométrie d'Arakelov, théorie du corps de classes, invariants de formes quadratiques.

Résultats notables :

- Théorie des complexes de Selmer pour les familles de représentations p -adiques non-ordinaires, hauteurs p -adiques en familles (D. Benois).
- Zéros exceptionnels des fonctions L p -adiques de Rankin-Selberg (D. Benois).
- Réalisation des motifs de Voevodsky à valeurs dans les structures d'Ogus filtrées, théorème de Serre-Tate pour les 1-motifs (N. Mazzari).

Collaborations : Paris, Lyon, Lille, Montréal, Padoue, Heidelberg, Istanbul, Londres, Milan, Oxford, Philadelphie, Bombay.

PR : P. Autissier, K. Belabas, F. Jouve, J.-M. Deshouillers (émérite).

MCF : G. Ricotta.

Recrutements : F. Jouve (2016).

Thèmes de recherche : Biais de Tchebychev, combinatoire des graphes, fonctions L , étude analytique des formes automorphes sur des groupes de rang supérieur, sommes de Kloosterman, distribution de sommes exponentielles.

Résultats notables :

- Étude des disparités dans la distribution des nombres premiers (ou de leurs généralisations : idéaux premiers, polynômes irréductibles, places de corps globaux en général) dans divers contextes algébriques (extensions galoisiennes de corps de nombres, variétés sur les corps finis, *etc*) (F. Jouve) ;
- étude analytique des formes automorphes sur des groupes de rang supérieur (G. Ricotta).

Collaborations : Clermont-Ferrand, Columbus (États-Unis), Nancy, Ottawa, Paris, Prague, Pune (Inde), Sydney.

Algorithmique arithmétique, cryptologie et mathématiques discrètes, équipe-projet commune LFANT

PR : C. Bachoc, K. Belabas, J.-M. Couveignes, H. Cohen (émérite), G. Zémor.

MdC : É. Balandraud, G. Castagnos, J.-P. Cerri, R. Coulangeon,
CNRS/INRIA : B. Allombert (IR), R. Barbulescu (CR), X.Caruso (DR),
A. Enge (DR Inria), F. Johansson (CR Inria), D. Robert (CR Inria), A.
Page (CR Inria), A. Pellet-Mary (CR), B. Wesolowski (CR).

Recrutements : É. Balandraud, R. Barbulescu, X.Caruso, F. Johansson, A.
Page, A. Pellet-Mary, B. Wesolowski.

Thèmes de recherche : Aspects effectifs en théorie (analytique) des nombres et en mathématiques discrètes (arithmétique des corps de nombres, théorie du corps de classes, variétés abéliennes, isogénies, formes modulaires, fonctions L , algorithmique ultramétrique, algèbres de quaternions), arithmétique des intervalles, théorie de l'information, théorie des codes correcteurs (quantiques), cryptologie (post-quantique), combinatoire, théorie additive des nombres.

Faits marquants :

- B. Allombert a eu le cristal 2020 du CNRS ;
- Consortium H2020 OpenDreamKit (2015-2019) ;
- B. Allombert et K. Belabas ont publié des versions majeures de PARI/GP. Workshops récurrents "Atelier PARI" ;
- J.-M. Couveignes, *Enumerating number fields*, Annals of Math. 192, p.487-497 (2020) ;
- I. Tucker est lauréate 2020 du Prix Jeunes Talents France L'Oréal-UNESCO pour les femmes et la science.

Collaborations :

- Interactions avec le LABRI : intérêts communs avec les théoriciens des graphes, groupes de travail sur le calcul quantique et la crypto postquantique ;
- collaborations avec Vienne, Berlin, Delft, Aix-la-Chapelle, Bangalore...

Points forts

- Environnement attractif (arrivée de 6 chercheurs CNRS/INRIA en Algorithmique pendant le quinquennal) ;
- recrutements d'É Balandraud, A. Fanelli et F. Jouve ;
- JTNB ;
- grosses conférences organisées par les membres de l'équipe ;
- contrats de recherche ;
- implication des membres dans la vie du laboratoire ;
- masters AGTN et CSI.

Points à améliorer

- Affaiblissement des thématiques *Géométrie diophantienne* et *Géométrie algébrique* ;
- déséquilibre thématique dans l'affectation des nouveaux chercheurs.

Possibilités offertes par le contexte

- Domaines de recherches très actifs au niveau mondial ;
- opportunités de recrutement de très haut niveau ;
- les thématiques attirent de très bons étudiants en master et en thèse.

Risques liés au contexte

- Pénurie des postes enseignants-chercheurs jusqu'en 2025 ;
- taille de l'équipe ;
- implication des membres dans la vie du laboratoire ;
- nombre de financements doctoraux.

- Recrutement MCF dans la thématique *Problèmes diophantiens* ;
- Thématique *Codes et cryptographie* : anticiper le départ à moyen terme de G. Castagnos et G. Zémor ;
- Accompagnement du renouveau de la thématique *Théorie analytique des nombres* ;
- Renforcement des thématiques *Théorie de Hodge p -adique et théorie d'Iwasawa* ;
- Renforcement des interactions avec l'équipe de Géométrie ;
- Restructuration de l'EPI LFANT : réorientations thématiques.

- Quelles sont les sources de financement des thèses et des missions des doctorants ?
- Comment sont prises les décisions de missions/invitations dans l'équipe ? le choix des invités au séminaire ? Y-a-t-il des groupes de travail et d'où provient leur financement ?
- Quel impact l'Idex (en particulier le cluster Sysnum) a-t-il eu sur l'équipe ?
- Quel sont les interactions entre les membres Inria et les membres non Inria ? La répartition géographique sur plusieurs bâtiments nuit-elle la cohésion de l'équipe ?