ANNÉE UNIVERSITAIRE 2016-2017
CPBX PC Ecole Semestre 4 - UE 4TBX413
Examen d'Analyse : Epreuve de A. Bachelot.
Date : Jeudi 1 juin 2076 **Heure :** 9h-10h30
Durée : 1h30
Lieu : bâtiment A22, amphithéâtre Edison.
- *Sans document* -
On attachera une grande importance à la clarté de la rédaction.

Collège Sciences et technologie

Exercice 1.

On pose pour $t > 0$:

$$F(t) = \int_{]0,\infty[} \frac{e^{-tx} - e^{-2x}}{x} dx.$$

1. Montrer que $F(t)$ est bien définie.
2. Montrer que $F \in C^1(]0, \infty[)$.
3. Calculer F'. En déduire F.

Exercice 2.

A l'aide d'un changement de variables, calculer

$$\iint_D (y-x)dxdy, \quad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad -3 \le y - x \le 1, \quad \frac{7}{3} \le y + \frac{x}{3} \le 5\right\}$$

Exercice 3.

Soit $K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, 0 \le x, \ 0 \le y, \ 0 \le z, \ x^2 + y^2 + z^2 \le 1\}$. A l'aide d'un changement de variables, calculer

$$\iiint_K xyz \, dxdydz.$$

Exercice 4.

1. Calculer les coefficients de Fourier de la fonction 2π-périodique f définie sur $\mathbb{R}$, dont la restriction à $[-\pi, \pi[$ est donnée par $f(x) = x^2$.
2. Enoncer le théorème de Parseval et le théorème de Dirichlet.
3. Calculer les sommes suivantes :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

FIN