

DU TRAITEMENT D'IMAGES AVEC UNE PELLE ET UN SEAU

Arthur Leclaire

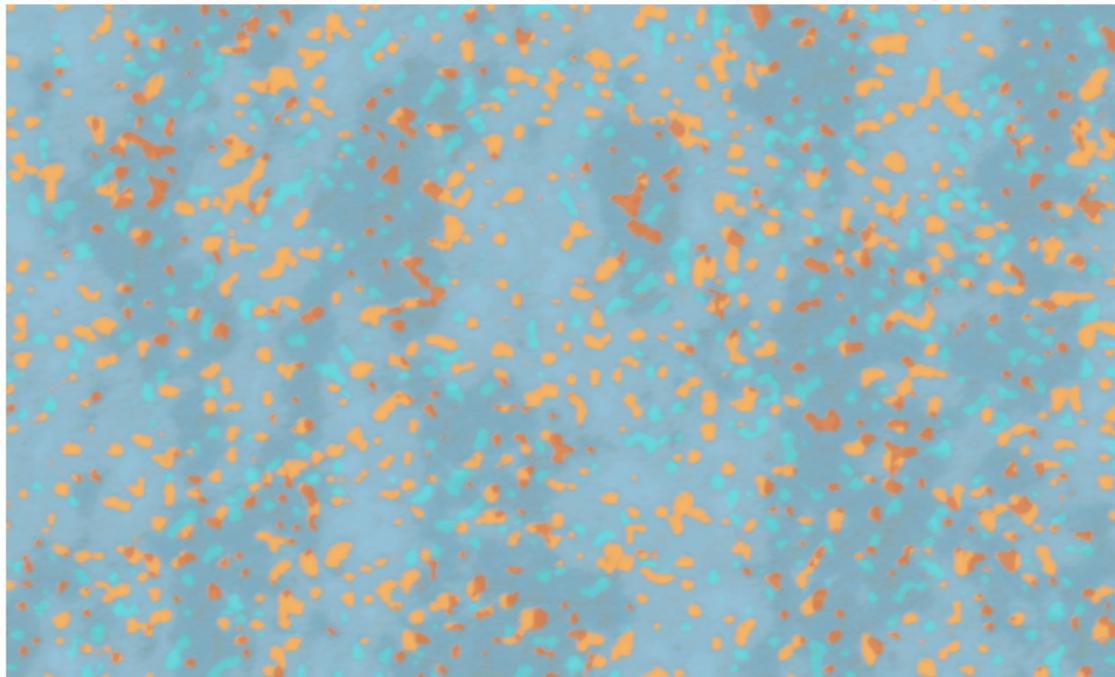
Institut de Mathématiques de Bordeaux
Mardi 29 Janvier 2019

Synthèse de textures



Original

Synthèse de textures

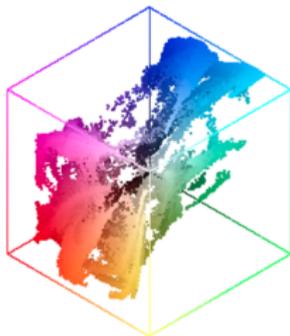


Synthèse

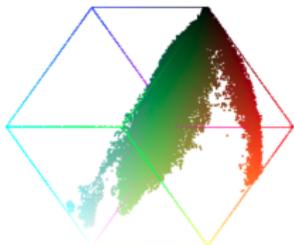
Transport Optimal et Images

Comment le transport optimal intervient-il en traitement d'images ?

- Une image numérique couleur est une fonction $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ où
 - $\Omega \subset \mathbb{Z}^2$ est une grille de pixels,
 - $u(x) = (u_R(x), u_G(x), u_B(x))$ est la couleur au pixel $x \in \Omega$ encodée par des valeurs R (rouge), G (vert), B (bleu) dans $[0, 255]$.
- La distribution des couleurs de u est une loi de probabilité sur \mathbb{R}^3 .
On peut la représenter par un nuage de points en trois dimensions.

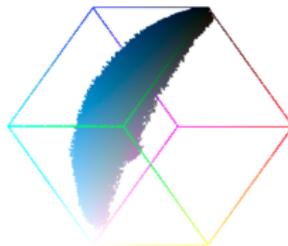


Le transport optimal permet de comparer des distributions de couleurs.



T
→
?

En appliquant la solution T à tous les pixels, on transfère les couleurs.



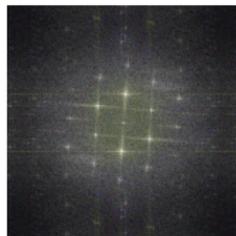
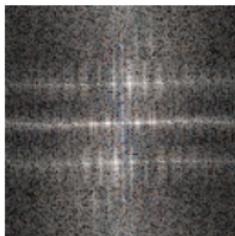
Texture

On peut extraire des caractéristiques liées à l'aspect textural :

- couleur
- régularité/granularité
- densité de bords horizontaux (resp. verticaux)
- degré de répétition
- ...

La définition de ces caractéristiques repose sur des outils mathématiques :

- analyse fréquentielle (transformée de Fourier),
- décomposition multi-résolution (ondelettes),
- statistiques (moyennes, variances, covariances, histogrammes, etc).



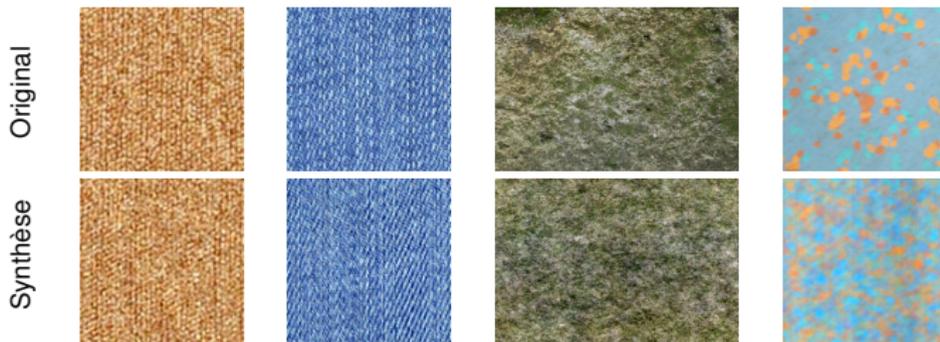
Modèle de Texture Gaussien

Soit $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ une texture originale.

Le modèle de textures gaussien associé à u s'écrit

$$U(x) = \bar{u} + h * W(x) = \bar{u} + \sum_{y \in \mathbb{Z}^2} h(y)W(x - y) \quad (x \in \mathbb{Z}^2)$$

$$\text{où } \begin{cases} \bar{u} = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{x \in \Omega} u(x) \\ h(x) = \frac{1}{\sqrt{|\Omega|}} (u(x) - \bar{u}) \mathbf{1}_{\Omega}(x) \quad \forall x \in \mathbb{Z}^2 \\ (W(x))_{x \in \mathbb{Z}^2} \text{ sont des v.a. } \mathcal{N}(0, 1) \text{ indépendantes} \end{cases}$$



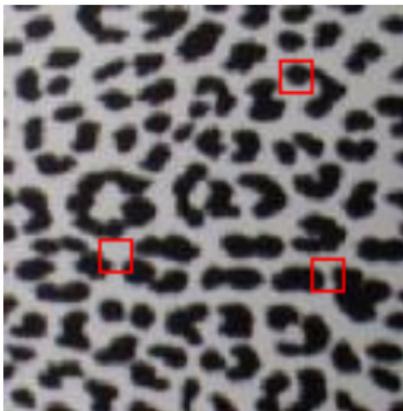
→ Le modèle gaussien permet de synthétiser des textures peu structurées.

Transport Optimal de Patches

Comment synthétiser des textures plus structurées ?

→ Appliquer des modifications locales à l'image à différentes résolutions.

Les **patches** d'une image sont des imageries de petite taille $w \times w$.



Patches 11×11

La distribution des patches encode des caractéristiques texturales.

IDÉE : réimposer de la structure avec du transport optimal de patches.

Transport Optimal de Patches

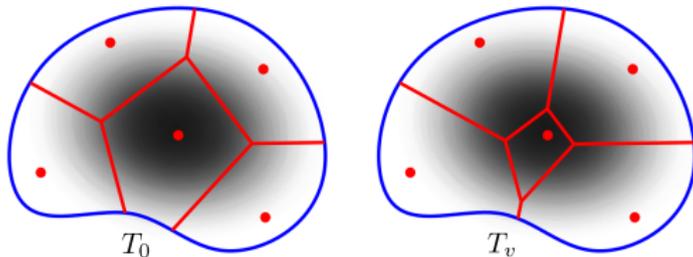
On choisit une transformation T qui résout le problème de transport

où
$$\min_{T \# \mu = \nu} \int_{\mathbb{R}^D} \|p - T(p)\|^2 d\mu(p)$$

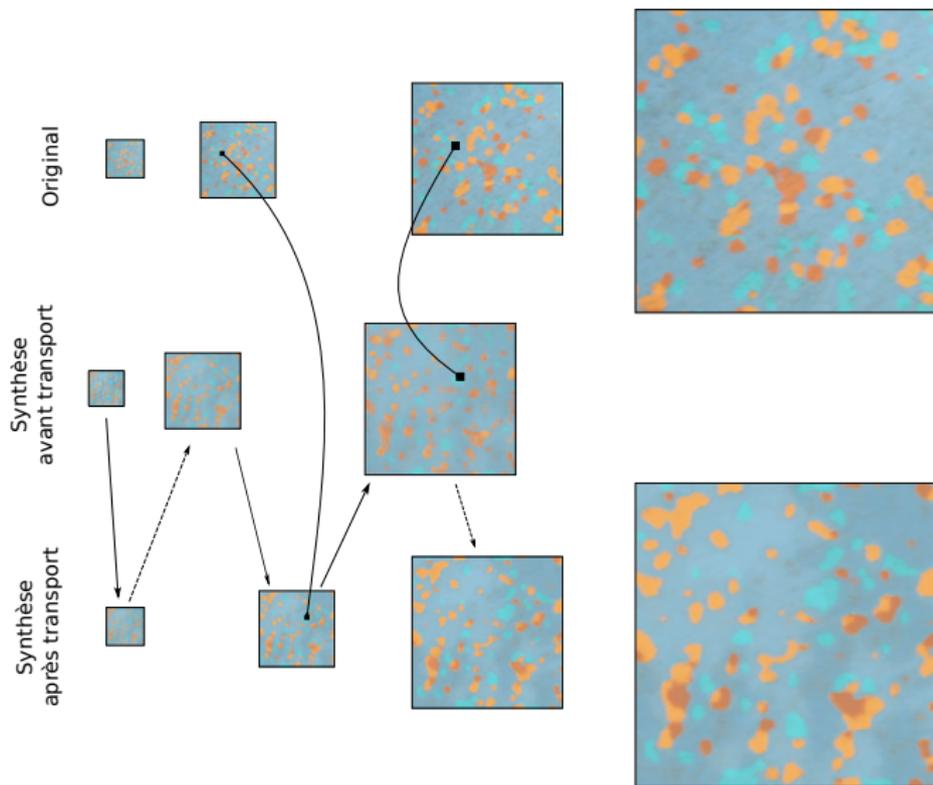
- μ est la distribution des patches du modèle gaussien U ,
- $\nu = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \delta_{p_j}$ est la distribution des patches de l'original u .

La solution est de la forme

$$T_v(p) = \underset{p_j}{\text{Argmin}} \|p - p_j\|^2 - v_j \quad \text{where } v \in \mathbb{R}^J.$$



Synthèse Multirésolution

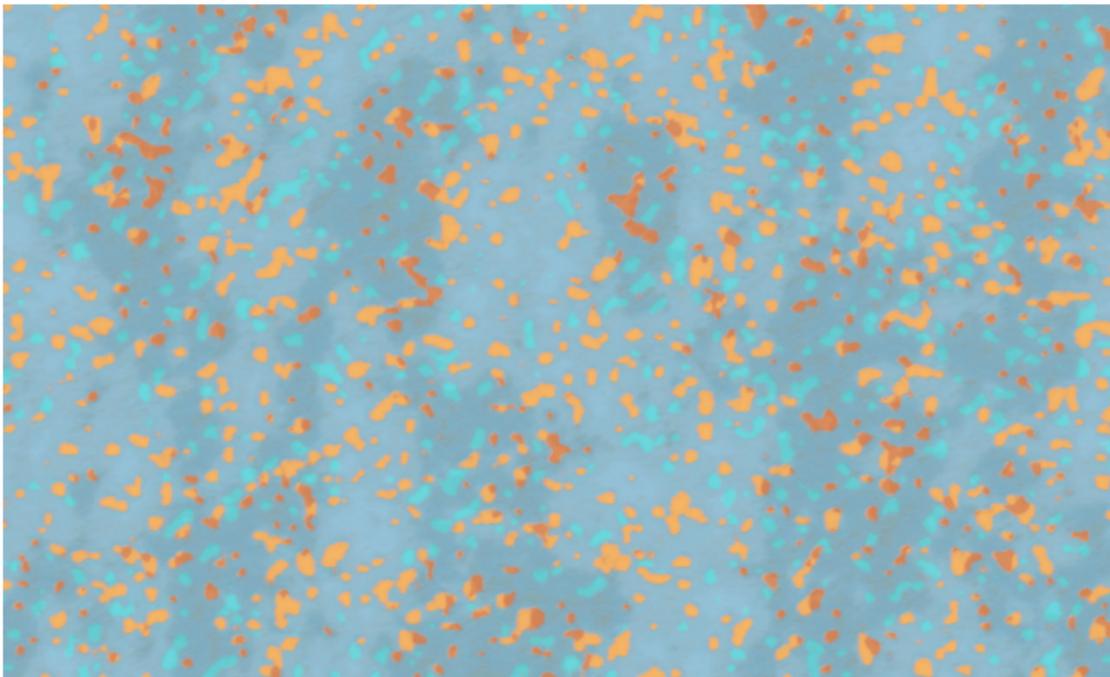


Résultats



Original

Résultats



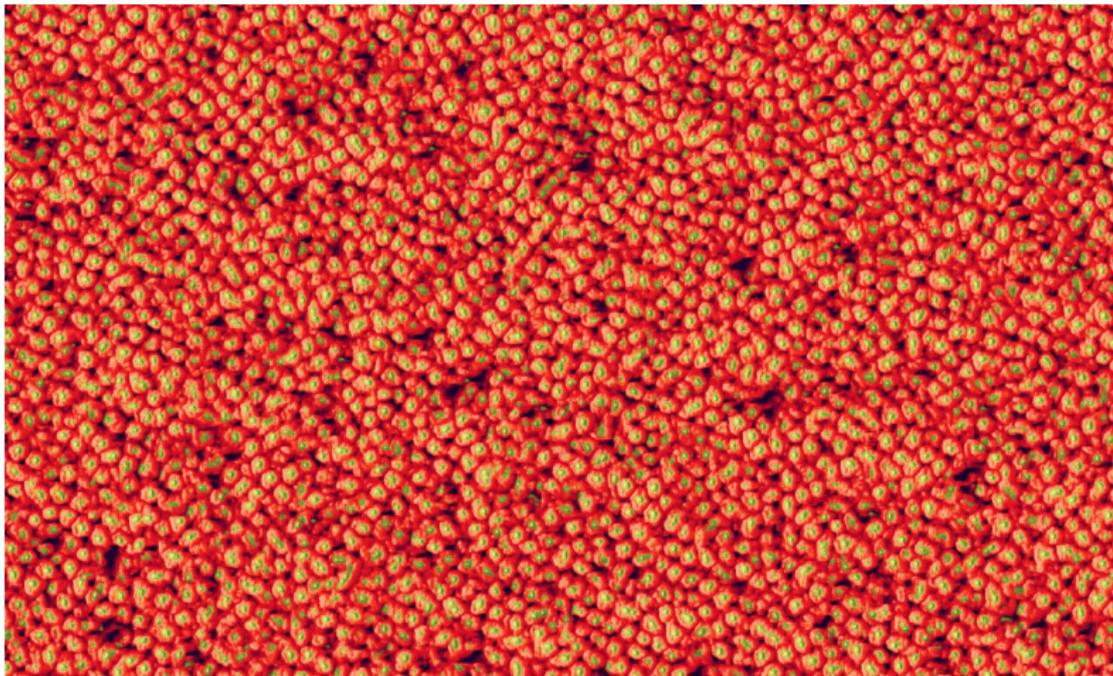
Synthèse

Résultats



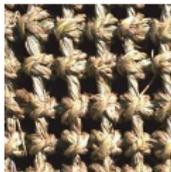
Original

Résultats



Synthèse

Résultats



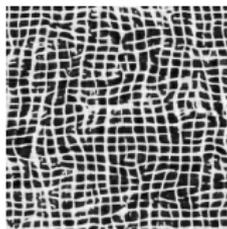
Original

Résultats



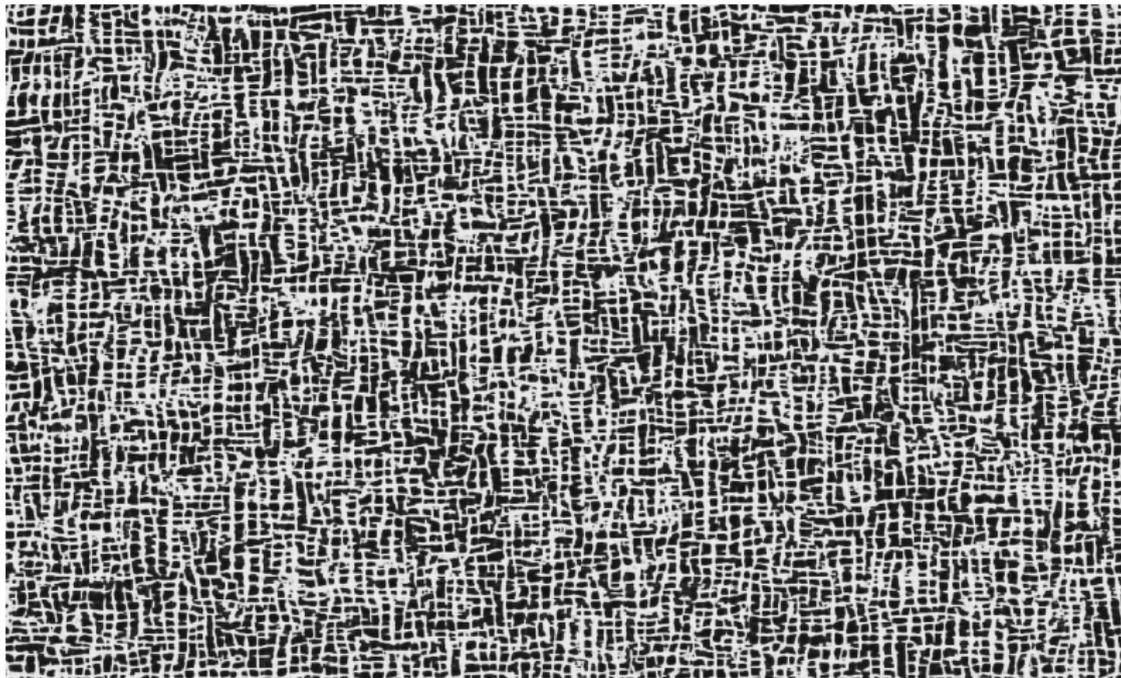
Synthèse

Résultats



Original

Résultats



Synthèse

Résultats



Original

Résultats



Synthèse

Conclusion

- Introduction à la modélisation aléatoire des textures.
- Lien avec le transport optimal de patches.
- Plein d'autres applications du transport optimal au traitement d'images !



PLUS D'INFORMATIONS disponibles sur ma page web

<https://www.math.u-bordeaux.fr/~aleclaire/>

MERCI POUR VOTRE ATTENTION!