

**MIMSE 3312: Gestion des opérations et planification de la  
production  
Examen Final**

Lundi 19 janvier 2009. 14h-17h.

L'énoncé comporte 7 pages. Les documents sont autorisés.

Planifiez bien votre temps; il y a ***quatre (4) parties***, et le barème est indiqué entre parenthèses. Pour chaque partie, nous vous conseillons de tout lire avant de commencer.

1. (25%) Réponses brèves

- (a) Répondez par VRAI ou FAUX, et expliquez brièvement votre réponse :

Considérez, dans une usine de production, le *temps* entre 1) le commencement de fabrication d'un bien et 2) son utilisation dans la fabrication du bien lui succédant dans le bulletin de matériaux (BOM). Ce temps est une caractéristique déterminée par les propriétés du bien considéré.

- (b) Parmi les choix suivants, lesquels sont des avantages qu'ont les méthodes d'optimisation sur les méthodes de résolution de MRP et ERP, et lesquels n'en sont pas? Expliquez brièvement vos réponses.
- i. Les méthodes de MRP/ERP n'utilisent pas une fonction objective, donc ils sont capables d'accepter et de générer une solution de mauvaise qualité même quand les meilleures solutions réalisables existent.
  - ii. Les méthodes d'optimisation sont plus rapides que les méthodes de MRP/ERP.
  - iii. Les méthodes d'optimisation traitent des capacités d'une manière plus rigoureuse que les méthodes de MRP/ERP.
  - iv. Les méthodes d'optimisation traitent le bulletin de matériaux (BOM) d'une manière plus rigoureuse que les méthodes de MRP/ERP.
  - v. Les méthodes d'optimisation sont plus simples que les méthodes de MRP/ERP.

- vi. Les suppositions que font les méthodes de MRP/ERP sur les temps d'attente ( "lead times" ) ne sont pas réalistes.
- (c) Pour les problèmes de planification de production multi-échelon, il existe des raisons (par rapport à la performance de calcul) pour lesquelles il est préférable d'utiliser une formulation avec des variables de stock *echelon*. Décrivez brièvement ces raisons.

2. (20%) Considérez la situation *opérationnelle* suivante:

On a un ensemble de  $J$  tâches qu'il faut achever sur une machine. Chacune de ces tâches a un temps estimé de complétion  $t_j$ .

Pour chaque paire de tâches  $i$  et  $j$ , on a déterminé une estimation  $c_{ij}$  du temps qu'il faut pour reconfigurer la machine pour la performance de tâche  $j$ , si la machine est déjà configurée pour la performance de  $i$ . Remarquez bien que ces temps de changement *ne comprennent pas* les temps de complétion. Remarquez aussi qu'on perd le temps  $c_{ij}$  si et seulement si on passe directement de tâche  $i$  à tâche  $j$ .

Le but est de déterminer un ordonnancement qui minimise le temps qu'il faut pour achever toutes les tâches. C'est un problème très difficile, et on n'a pas beaucoup de temps pour le résoudre. On s'intéresse alors aux heuristiques pour générer rapidement des solutions de bonne qualité.

Définissez un modèle pour ce problème. (Ce modèle pourrait être un programme mathématique; il pourrait être également un modèle défini sur un graphe ou un réseau. La forme du modèle, c'est autre choix.) Pour ce modèle, donnez au moins *une* heuristique de construction et au moins *une* heuristique d'amélioration.

Pour cette question, rappelez-vous surtout le problème de routage des véhicules qu'on a considéré en cours.

3. (30%) Considérez la situation de la question précédente, mais avec la modification qu'il y a plusieurs machines identiques  $1, \dots, M$ , chacun avec sa propre capacité  $T$ . (L'unité de mesure de  $T$ , c'est le nombre d'heures d'une journée normale.) Il y a alors deux choix qui doivent se prendre d'une manière simultanée:

- 1) les décisions d'affectation (chaque tâche doit être affectée à une machine);
- 2) les décisions d'ordonnancement (pour chaque machine, il faut trouver l'ordonnancement de l'ensemble de tâches affecté à elle).

L'objectif est de minimiser la somme (sur toutes les machines) des heures supplémentaires nécessitées pour achever toutes les tâches.

- (a) Définissez un modèle qui donnera la solution optimale pour ce problème. Dans votre modèle, il doit y avoir une variable pour chaque ensemble de tâches  $\mathcal{S}$  et chaque machine  $m$ . Cette variable prendrait la valeur de 1 si  $\mathcal{S}$  est l'ensemble de tâches affectées à  $m$  et 0 sinon.
- (b) Proposez une stratégie générale pour la résolution de votre modèle. Il n'est pas nécessaire de donner tous les détails de votre stratégie. Par contre, il faut absolument expliquer comment vous proposez de traiter le fait que le nombre de variables dans le modèle est exponentiel (et alors trop grand pour les mettre toutes explicitement dans la formulation si on veut l'appliquer à notre situation). Il suffit aussi que votre stratégie trouve une solution ou des solutions de haute qualité (même si elle n'est pas garantie de trouver une solution prouvablement optimale).
- (c) Imaginez maintenant que la situation se modifie de la manière suivante : il existe des contraintes de précédence sur les paires de tâches qu'il faut respecter. Plus précisément, il existent un sous-ensemble de paires de tâches

$$A \subset \{(u, v) : u, v \in \{1, \dots, J\}, u \neq v\},$$

et il est impossible de passer directement de tâche  $i$  à tâche  $j$  sur la même machine sauf si  $(i, j) \in A$ .

Comment est-ce que vous changeriez votre modèle et votre stratégie de résolution pour prendre en compte ces contraintes de précédence? (Vous ne devez pas récrire toutes vos réponses pour (a) et (b), seulement les parties des réponses qui changeraient).

Comme pour la partie précédente, rappelez-vous surtout le problème de routage des véhicules qu'on a considéré en cours.

4. (25%) Rappelez-vous le modèle général qu'on a développé pour les problèmes de production multi-échelon. Pour cette partie de l'examen vous pouvez utiliser cette version du modèle :

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i,t} h^i s_t^i \\
\text{s.t.} \quad & x_t^i + s_{i,t-1} = d_t^i + s_t^i, \text{ pour chaque produit final } i, \forall t \\
& x_t^i + s_{i,t-1} = \sum_{j \in \delta(i)} r^{ij} x_t^j + s_t^i, \text{ pour chaque produit intermédiaire } i, \forall t \\
& \sum_i a^i x_t^i + \sum_i ST^i y_t^i \leq CAP_t, \forall t \\
& x_t^i \leq D_{t,NT}^i y_t^i, \forall i, t \\
& x_t^i, s_t^i \geq 0, \forall i, t; y_t^i \in \{0, 1\}, \forall i, t.
\end{aligned}$$

A souvenir:

- Il y a  $NT$  périodes de temps.
- Pour chaque produit final  $i$ ,  $d_t^i$  est la demande pour ce produit dans la période  $t$ .
- Pour chaque produit intermédiaire,  $\delta(i)$  est l'ensemble des produits qui succèdent à (i.e., ont besoin de)  $i$  dans le bulletin de matériaux (BOM). Le nombre d'unités de produit  $i$  nécessités pour la production de  $j$  est  $r^{ij}$ .
- Pour chaque produit  $i$ ,  $D_t^i$  est la demande échelon pour ce produit dans  $t$ .
- $D_{t,NT}^i = \sum_{u=t}^{NT} D_u^i$ .

A remarquer:

- Pour chaque produit  $j$ , on peut définir l'ensemble de produits nécessités par  $j$ :  $\gamma(j) = \{i : j \in \delta(i)\}$ . Alors, chaque unité du produit  $j$  a besoin de  $r^{ij}$  unités de *tous* les produits  $i \in \gamma(j)$  pour sa production.

Considérez une situation où le BOM est modifié d'une telle manière: il y a quelques produits qui nécessitent seulement *un* produit parmi *plusieurs* possibilités.

Plus précisément: il existe toujours des produits qui nécessitent  $r^{ij}$  unités de *tous* les produits  $i \in \gamma(j)$  pour leur production (appelons ces produits *conjunctifs*). Mais il existe des autres produits pour qui une unité nécessitent  $r^{ij}$  unités de *seulement un*  $i \in \gamma(j)$  pour son production (appelons ces produits *disjonctifs*).

Modifiez la formulation pour modéliser une situation où le BOM comprend des produits *conjunctifs* et des autres produits *disjonctifs*. Vous pouvez supposer que chaque produit est ou conjonctive ou disjonctive, et non pas un mélange des deux. Vous pouvez définir des autres notations, si vous voulez, mais expliquez-les clairement.

Ce problème n'est pas facile, mais ne paniquez pas. Si vous voulez faire des suppositions additionnelles sur le BOM pour rendre le problème plus faisable, c'est bien admissible. Dans ce cas, simplement expliquez ces suppositions d'une manière claire.