Sujet 4 : Formulations alternatives

MSE3312: Planification de production et gestion des opérations

Andrew J. Miller

Dernière mise à jour: November 14, 2011

Dans ce sujet...

1. Rappel : branch-and-bound
2. Formulations alternatives

1. Rappel : branch-and-bound

2. Formulations alternatives

Petite intro

Formulation générale d'un programme linéaire en nombres entiers (mixtes) :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_j c_j x_j + \sum_k f_k y_k \\ \text{s.à.} \quad & \sum_j a_{ij} x_j + \sum_k d_{ik} y_k \geq b_i, \forall i \\ & 0 \leq x_j \leq u_j, \forall j; \quad 0 \leq y_k \leq u_k, \forall k \\ & y_k \in \mathbb{Z}, \forall k \end{aligned}$$

Supposons que $u_k = 1, \forall k$.

Enumeration implicite

Enumeration : si on peut énumerer toutes les solutions dans l'ensemble $Y = \{0 \leq y_k \leq 1; y_k \in \mathbb{Z}, \forall k\}$, on peut résoudre un programme linéaire différent pour chacun.

Un processus d'énumeration implique un arbre dénumeration.

On veut évaluer toutes les possibilités *implicitement*, sans les lister *explicitement*.

- Séparation : comment énumerer ?
- Relaxation : comment borner ?

Réponses : On utilise la relaxation linéaire pour toutes les deux!

Relaxation

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_j c_j x_j + \sum_k f_k y_k \\
\text{s.à.} \quad & \sum_j a_{ij} x_j + \sum_k d_{ik} y_k \geq b_i, \forall i \\
& 0 \leq x_j \leq u_j, \forall j; \quad 0 \leq y_k \leq u_k, \forall k
\end{aligned}$$

A noter : on a enlevé les contraintes
$y_k \in \mathbb{Z}, \forall k$
du problème.

Séparation

On chaque nœud de l'arbre, on choisit une variable qui n'est pas entière.

Force d'une relaxation

Importante pour couper des nœuds et en réduire le nombre à évaluer explicitement.

1. Rappel : branch-and-bound

2. Formulations alternatives

Exemple : UFL

UFL1

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_j f_j y_j + \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \\ \text{soumis à} \quad & \sum_j x_{ij} = 1, \forall i \\ & \sum_i x_{ij} \leq I * y_j, \forall j \\ & y_j \in 0, 1, \forall j \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j \end{aligned}$$

UFL2

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_j f_j y_j + \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \\ \text{soumis à} \quad & \sum_j x_{ij} = 1, \forall i \\ & x_{ij} \leq y_j, \forall i, j \\ & y_j \in 0, 1, \forall j \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j \end{aligned}$$

Exemples numeriques : UFL

Regardez les fichiers qu'on a discutés en cours.

Exemple : UFL

Quelle formulation est la meilleure?

Est-ce qu'il y a une solution réalisable pour UFL1-R qui n'est pas réalisable pour UFL2-R?

Est-ce qu'il y a une solution réalisable pour UFL1-R qui n'est pas réalisable pour UFL2-R?

Petit exemple numeriques : UFL

Afficher les détails.

Force relative des formulations alternatives

Proposition générale

Application Ajax

Autres applications

A souvenir

- Branch-and-bound
  - le role qui joue les relaxations
- Formulations alternatives
  - les critères pour dire qu'une formulation est plus forte qu'une autres