

Intégrales sur \mathbb{R}^d , à rendre la semaine 12.**EXERCICE 1.** Soit

$$\int_0^\pi \left(\int_0^{2\sin x} f(x,y) dy \right) dx.$$

1. Faire le dessin de la région d'intégration.
2. Changer l'ordre d'intégration dans l'intégrale.

EXERCICE 2. Considérons

$$\iint_A f(x,y) dx dy,$$

où $f(x,y) = (1+x+y)^{-2}$ et la région A est délimitée par les droites $x = 2y, y = 2x, x + y = 6$.

1. Faire le dessin de la région A et la paramétriser.
2. Calculer l'intégrale en question.

EXERCICE 3.

1. En passant aux coordonnées polaires, calculer

$$\iint_A x dx dy,$$

où $A = \{2x \leq x^2 + y^2 \leq 6x, y \leq x\}$.

2. En passant aux coordonnées cylindriques, calculer

$$\iiint_B \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz,$$

où $B = \{\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq a\}$, $a > 0$.