Liste d'errata ou d'ajouts par rapport à la version du 20/11/2012 (16/04/2013)

Page 5, il faut modifier ainsi la seconde procédure écrite ici (et l'explication qui la suit) :

```
X=[x];
for j=1,...,n
X=[op(X),F(X[nops(X)])];
end
```

(où `nops(X)` désigne, étant donnée une liste ordonnée `X=[...]`, son nombre de termes, et `op(X)` son contenu) fournit la liste $[u_{n_0},...,u_{n_0+\mathtt{n}}]$ des `n+1` premiers termes de la suite.

Pages 5-6 : il y a une modification à faire dans la procédure en bas de la page 5 (pages 5-6) ; il faut lire :

```
X=x;
Y=y;
for j=2,...,n
z = F(X,Y);
X = Y;
%avec cette instruction Y est conservee en memoire pour la suite
Y = z;
end
```

Page 11, dans la Définition 1.8 des suites adjacentes, il faut lire

$$\begin{aligned} &\exists\, N \in \mathbb{N},\ \big(n \geq N\big) \Longrightarrow \big(u_n \leq u_{n+1} \leq v_{n+1} \leq v_n\big) \\ &\text{et } \lim_{n\to+\infty} (v_n - u_n) = 0. \end{aligned}$$

Page 12, dans la note 5 en bas de page, corriger les lignes 5 et 6 ainsi :
... tandis que pour tout $t \in]-1,1[$, $1/(1+t^2) = \lim_{N\to+\infty} \sum_{n=0}^{N} (-1)^n t^{2n}$ (somme d'une série géométrique, ...)

Page 28, troisième ligne de la démonstration de la Proposition 2.2 : Soit x un point intérieur à I. Si ...

Page 37, ajouter en fin de la définition 2.10 la note en base de page suivante :
Le terme originel proposé par Newton, qui avait en ligne de mire les calculs de « vitesse », était celui de *fluxion*. On parlait alors des *fluxions* des quantités (pour parler de dérivées) et de *calcul fluxionnel*.
Dans les trois lignes qui suivent, remplacer $L_{a,b}$ par $L^{a,b}$ et $L_{a,0}$ par $L^{a,0}$ pour éviter les confusions avec la notation L_{f,x_0} utilisée plus loin (dans l'énoncé de la Proposition 2.4).

Page 42, ligne 5 : ... est continue et nulle en $h = 0$.

Page 42, ligne 12 : ... est continue et nulle en $h = 0$.

Page 42, dernière ligne : ... est continue et nulle en $h = 0$.

Page 46, huit dernières lignes de la fin de la preuve du théorème de Rolle (théorème 2.5), il faut remplacer par :
... Il en résulte que, si $0 < h < \eta_c$, on aurait $f(c+h) - f(c) > 0$, ce qui contredirait le fait que f réalise son maximum sur $[a,b]$ en c. De même, on aurait, pour $0 < h < \eta_c$, $f(c-h) - f(c) < 0$, ce qui contredirait le fait que f réalise son minimum sur $[a,b]$ au point c. Le même raisonnement vaut si $f'(c) < 0$. Si f réalise un extrémum en $c \in]a,b[$, on a donc nécessairement $f'(c) = 0$. Cela règle la situation correspondant au second volet de notre alternative et clôt donc la preuve du théorème de Rolle.

Page 46, Remarque 2.15, la remarque doit être modifiée ainsi :
`REMARQUE 2.15` Le fait que f' s'annule en un point c de $]a,b[$ n'implique pas cependant que f réalise un extrémum (maximum ou minimum) sur $[a,b]$ au point c. Soit l'on peut affirmer dans ce cas qu'il existe $\eta < 0$ tel que $[c-\eta, c+\eta] \subset]a,b[$ et que la restriction de f à $[c-\eta, c+\eta]$ réalise un extrémum (maximum ou minimum) sur $[c-\eta, c+\eta]$ au point c ; on dit alors que f réalise un *extrémum local* au point c . Soit (et cela peut fort bien se produire), la fonction présente un minimum (*resp.* maximum) local en c, mais seulement sur $[c-\eta, 0]$, tandis qu'elle présente un maximum (*resp.*

minimum) local en c, mais seulement sur $[c, c+\eta]$: on dit alors que la fonction présente un *point selle* en c. Soit même la situation peut s'avérer plus complexe, comme en témoigne l'exemple de $c = 0$ pour la fonction $f : t \mapsto t^3 \sin(1/t)$, avec $f(0) = 0$ (présentant des oscillations amorties de part et d'autre de l'origine).

Page 48, ligne -7 : ... courbe plane paramétrée $x \in]a, b[\mapsto F(x)$ ...

Page 49, ligne 15 et suivantes, corrigez les fautes de frappe : Pour une fonction à valeurs complexes, la formule des accroissements finis est donc tout aussi fausse que l'est le théorème de Rolle pour une telle fonction.

Page 53, dernière ligne de la preuve de la Proposition 2.12, rectifiez ainsi :

$$\lim_{\substack{y \to y_0 \\ y \in J \setminus \{y_0\}}} \frac{f^{-1}(y) - f^{-1}(y_0)}{y - y_0} = \lim_{\substack{x \to x_0 \\ x \in I \setminus \{x_0\}}} \frac{1}{\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}} = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}.$$

Page 60, Remarque 2.26, lignes 6 et 7 : Lire : ... si on écrit la formule (2.49) entre $a = 0$ et $b = 1$ pour la fonction $x \mapsto f(x_0 \pm xh)$ avec $h > 0$ assez petit) : ...

Page 66, Définition 2.20, ligne 3 : ... non réduit à un point et dont l'adhérence contient x_0.

Page 66, dans la formule (2.61), il faut lire :

$$\forall\, h \in I_{x_0} = ...$$

Page 66, Proposition 2.14, lignes 2 et 3 :... non réduit à un point et dont l'adhérence contient x_0, admettant ...

Page 70, ligne 2 du paragraphe 2.6.2 :..., définies dans un intervalle I non réduit à un point et dont l'adhérence contient x_0, ayant...

Page 71, Proposition 2.17, ligne 2 : ...(avec x_0 adhérent à I) deux ... **Plus loin, ligne 3 :** $b_0 \neq 0$ (*i.e.* $\lim_{x \to x_0} g(x) \neq 0$). Alors... **Plus loin encore, ligne 4-5 :** non réduit à un point et dont l'adhérence contient x_0. Cette fonction $f/g\ : J \to \mathbb{C}$ admet en x_0 un DL...

Page 72, ligne 2 : ... en x_0, une fois prolongée par continuité en posant $g(x_0) = b_0$. Comme... **Plus loin, ligne 2 :** ...non réduit à un point et dont l'adhérence contient x_0, tel que...

Page 72, Proposition 2.18, lignes 4 et 5 :... un intervalle J (dont l'adhérence contient $y_0 = \lim_{x \to x_0} f(x) = a_0$) et que... **Plus loin, ligne 7 :**... au point $y_0 = \lim_{x \to x_0} f(x) = a_0$. Alors...

Page 78, ligne 6 : ... d'affixes respectives $f'(x_0), ..., f^{(p+1)}(x_0)$ engendrent...

Page 83, fin du chapitre 2 : ajouter l'exemple suivant :

Exemple 2.20. La *strophoïde droite* paramétrée par

$$f\ : x \in \mathbb{R} \longmapsto u(x) + i\, v(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2} + i\, x \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

présente deux branches infinies, respectivement lorsque $x \to -\infty$ et $x \to +\infty$. Il s'agit dans les deux cas de branches présentant une direction asymptotique verticale car on est dans la situation où $\lim_{x \to \pm\infty} v(x)/u(x) = \lim_{x \to \pm\infty} x = \pm\infty$. Mais un DL à l'ordre 2 de $x \mapsto u(x)$ au voisinage de $+\infty$ ou $-\infty$ donne

$$u(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2} = -\frac{1 - 1/x^2}{1 + 1/x^2} = -1 + 2/x^2 + o(1/x^2).$$

La droite verticale d'équation $x = -1$ est pour les deux branches infinies asymptote verticale et ces branches infinies se présentent à droite de cette droite lorsque x tend vers $\pm\infty$. Notons aussi la présence d'un point double car il y a deux passages à l'origine (lorsque $x = -1$ et lorsque $x = 1$). Voir la figure de gauche sur la figure 1. En revanche, la branche d'*hyperbole*

$$x \in \mathbb{R} \longmapsto u(x) + i\, v(x) = \cosh(x) + i \sinh(x)$$

présente deux branches infinies (x tend vers $-\infty$ ou x tend vers $+\infty$) présentant des directions asymptotiques de pentes respectives -1 et 1. Comme $\tanh(x) = -1 + 2e^{2x} + o(e^{2x})$ lorsque $x \to -\infty$ et $\tanh(x) = 1 - 2e^{-2x} + o(e^{-2x})$ lorsque x tend vers $-\infty$, ces branches infinies ont pour asymptotes obliques respectivement les droites d'équation $y = -x$ et $y = x$, la position des branches par rapport à ces asymptotes étant celle précisée sur la même figure 1 (figure de droite). Les hyperboles font, avec les ellipses (dont le cercle) et les paraboles, partie de la famille des *coniques*, à savoir les courbes obtenues en intersectant un cône de révolution avec un plan : lorsque ce plan est parallèle

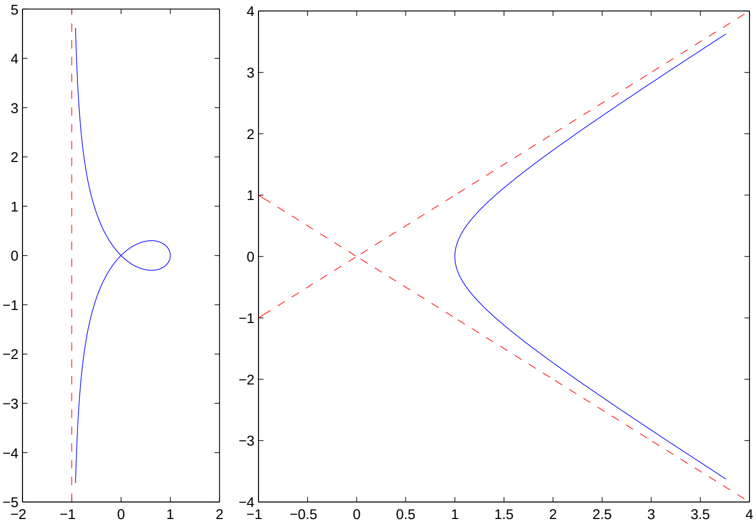

FIGURE 1 – La strophoïde droite (à gauche) et la branche d'hyperbole (à droite)

aux génératrices du cône, on obtient une *parabole*; sinon, on obtient une *ellipse* lorsque le plan intersecte l'axe de révolution du cône, une *hyperbole* avec ses deux branches sinon.

Page 85, en tête du chapitre 3, ajouter avant le début du texte ce préambule : Ce chapitre est dévolu à l'intégration des fonctions numériques. Les deux symboles Σ et $\int$, l'un « romain », l'autre « calligraphique », désignent tous deux une <u>même</u> opération, la *somme* (qui, une fois divisée par le nombre de termes sommés, devient une *moyenne*). Cette opération de *somme* est le fondement de l'opération de *prise de moyenne* ou encore d'*intégration* en analyse, tandis que celle de *différence* (il suffit par exemple de penser à l'expression d'un taux de variations) est au cœur de l'inverse de cette opération d'intégration, à savoir l'opération de *différentiation*. En traitement d'image par exemple, moyenniser une image, c'est en obtenir une version « floue » (*cf.* par exemple la place de l'Étoile la nuit photographiée pendant un temps d'exposition significatif et les trainées lumineuses observées sur la pellicule), tandis que la dériver (horizontalement, verticalement, ou suivant une direction oblique), c'est tâcher d'extraire de l'image les « lignes de rupture » ou de contraste (horizontales, verticales, ou obliques, suivant la direction de différentiation choisie).

Page 88, ligne 18 (dans le second item), lire :

$$\left\{ \int_{[a,b]} v(t)\, dt\, ;\, v \in E^f_{\geq} \right\} \subset [(b-a)m, (b-a)M]\ ;$$

Page 90, preuve de la Proposition 3.1, la preuve est à reprendre ainsi :
`DÉMONSTRATION.` On utilise le fait suivant : si A est un ensemble non vide borné de $\mathbb{R}$, alors $\sup A$ et $\inf A$ s'expriment comme limites de suites d'éléments de A : si $n \in \mathbb{N}^*$, il existe en effet toujours un élément $I_n \in A$ tel que l'on ait l'encadrement $\sup A - 1/n < I_n \leq \sup A$ et un élément $J_n \in A$ tel que, cette fois, $\inf A \leq v_n < \inf A + 1/n$. On prend pour A soit l'ensemble des nombres $\int_{[a,b]} u(t)\, dt$ (lorsque $u \in E^f_{\leq}$) pour justifier l'existence de u_n (d'intégrale sur $[a,b]$ le nombre I_n), soit l'ensemble des nombres $\int_{[a,b]} v(t)\, dt$ (lorsque $v \in E^f_{\geq}$) pour justifier l'existence de v_n (d'intégrale sur $[a,b]$ le nombre J_n). La formule (3.9) résulte de la monotonie de l'opération de prise d'intégrale pour les fonctions en escalier (*cf.* l'inégalité (3.4)), couplée avec l'utilisation du lemme des gendarmes.

Page 100, Proposition 3.10, lire : *Si* $f\ : [a,b] \to \mathbb{C}$ *est Riemann-intégrable sur* $[a,b]$ *et si* $|f|\ : [a,b] \to \mathbb{R}$ *l'est aussi, on a l'inégalité ...*

Page 116, second item dans la démonstration de la Propositioon 3.18 : il faut lire
- si $\int_{[a,b]} g(t)\, dt = 0$, il résulte ...