

Liste d'errata ou d'ajouts par rapport à la version du 20/11/2012 (15/04/2013)

Page 2 : dans les formulations du théorème de Pythagore (dans le cadre réel, puis dans le cadre complexe), il faut lire :

$$\|x \pm y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 \pm 2 \langle x, y \rangle \quad \|z \pm w\|^2 = \|z\|^2 + \|w\|^2 \pm 2 \operatorname{Re} \langle z, w \rangle.$$

Page 3, système (1.1) : pour prêter moins à confusion avec les notations de la suite, il vaut mieux noter $y_1, \dots, y_n$ au lieu de $x_1, \dots, x_n$ les variables dans ce système.

Page 4, juste après : « Les mêmes idées se transposent ... $\mathbb{C}^n$ », j'ai ajouté une digression sur l'*algorithme de Gram-Schmidt* (en guise de rappel). La voici :

Rappelons ici la syntaxe de cet algorithme (dont nous reparlerons plus tard). Partons d'un système libre $(\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k)$ de vecteurs du $\mathbb{K}$ -espace vectoriel équipé d'un produit scalaire (que nous noterons H).

1. On transforme le vecteur $\vec{v}_1$ en le normalisant : $\vec{v}_1 / \|\vec{v}_1\| \leftarrow \vec{v}_1$; c'est ce « nouveau $\vec{v}_1$ » que l'on décide d'appeler $\vec{e}_1$.
2. On projette orthogonalement le second vecteur $\vec{v}_2$ du système libre sur la droite vectorielle engendré par $\vec{v}_1$ (qui est aussi d'ailleurs, notons le, la droite vectorielle engendré par $\vec{e}_1$) ; cette projection orthogonale est donnée par :

$$\operatorname{Proj}_{\mathbb{K}\vec{v}_1}(\vec{v}_2) = \langle \vec{v}_2, \vec{e}_1 \rangle \vec{e}_1$$

et se calcule donc aisément dès que $\vec{e}_1$ a été calculé ; on remplace ensuite $\vec{v}_2$ ainsi :

$$\vec{v}_2 \leftarrow \frac{\vec{v}_2 - \langle \vec{v}_2, \vec{e}_1 \rangle \vec{e}_1}{\|\vec{v}_2 - \langle \vec{v}_2, \vec{e}_1 \rangle \vec{e}_1\|} ;$$

c'est ce « nouveau $\vec{v}_2$ » que l'on décide d'appeler $\vec{e}_2$.

3. On projette orthogonalement le troisième vecteur $\vec{v}_3$ du système libre sur le plan vectoriel engendré par $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ (qui est aussi d'ailleurs, notons le, le plan vectoriel engendré par $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$) ; cette projection orthogonale est donnée par :

$$\operatorname{Proj}_{\mathbb{K}\vec{v}_1 \oplus \mathbb{K}\vec{v}_2}(\vec{v}_3) = \langle \vec{v}_3, \vec{e}_1 \rangle \vec{e}_1 + \langle \vec{v}_3, \vec{e}_2 \rangle \vec{e}_2$$

et se calcule donc aisément dès que $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ ont été calculés ; on remplace ensuite $\vec{v}_3$ ainsi :

$$\vec{v}_3 \leftarrow \frac{\vec{v}_3 - \langle \vec{v}_3, \vec{e}_1 \rangle \vec{e}_1 - \langle \vec{v}_3, \vec{e}_2 \rangle \vec{e}_2}{\|\vec{v}_3 - \langle \vec{v}_3, \vec{e}_1 \rangle \vec{e}_1 - \langle \vec{v}_3, \vec{e}_2 \rangle \vec{e}_2\|} ;$$

c'est ce « nouveau $\vec{v}_3$ » que l'on décide d'appeler $\vec{e}_3$.

4. On poursuit la construction sur ce principe jusqu'à substitution complète des k vecteurs $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ du système libre donné par les k vecteurs $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_k$ qui, eux, forment un système orthonormé, avec de plus, pour chaque $l = 1, \dots, k$:

$$\operatorname{Vec}(\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_l) = \operatorname{Vec}(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_l).$$

Avant les deux exemples 1.1 et 1.2. J'ai ajouté en cours une digression sur la matrice de Gram car il s'agit d'une notion importante en principe vue dans le cours d'Algèbre 2 en S3. La voici :

Si $D = M_0 + F$, M_0 étant un point de $\mathbb{K}^n$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$) de coordonnées $x_0 = (x_{0,1}, \dots, x_{0,n})$ et que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ de dimension k dont on connaît une base (non nécessairement orthonormée), notée $\{\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k\}$, chercher la projection orthogonale sur $D = M_0 + F$ d'un point $M \in \mathbb{K}^n$ de coordonnées $(x_1, \dots, x_n)$ revient à chercher l'unique vecteur $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ de $\mathbb{K}^n$ tel que

$$(x - x_0 - \sum \lambda_k \vec{v}_k) \perp \vec{v}_j \quad j = 1, \dots, k.$$

Si l'on introduit la matrice réelle symétrique dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ (*resp.* hermitienne dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{C}$)

$$G = \operatorname{Gram}[\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k] := A \cdot {}^t \overline{A} = [\langle \vec{v}_j, \vec{v}_l \rangle]_{1 \leq j, l \leq k},$$

où A est la matrice à k lignes et n colonnes dont les lignes sont les vecteurs $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ représentés en ligne (on appelle cette matrice G la *matrice de Gram* des k vecteurs $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$), on constate que

G est inversible (du fait que les $\vec{v}_k$ forment un système libre dans $\mathbb{K}^n$) et que le vecteur $\vec{\lambda}$ cherché s'obtient par

$$\lambda = \left(\text{Gram}[\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k] \right)^{-1} \cdot (x - x_0)$$

(les vecteurs étant ici figurés en colonne). On a donc

$$\text{Proj}_D[M] = M_0 + \left(\text{Gram}[\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k] \right)^{-1} \cdot (x - x_0)$$

si x et x_0 figurent (en colonne) respectivement la liste des coordonnées de M et de M_0 dans la base canonique de $\mathbb{K}^n$.

La matrice de Gram joue donc, tant dans l'algorithme de Gram-Schmidt que dans la recherche directe de la projection orthogonale d'un point sur un sous-espace affine pour lequel on dispose d'un point et d'une base du sous-espace vectoriel associé, un rôle majeur. Il faut aussi noter, dans le cas $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ que, si $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ sont k vecteurs de $\mathbb{R}^n$ linéairement indépendants, le volume k -dimensionnel du paralléloèdre que $(\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k)$ définissent dans le sous-espace de $\mathbb{R}^n$ que ces vecteurs engendrent est donné par :

$$\text{vol}_k \left(\left\{ \sum_{l=1}^k t_l \vec{v}_l ; 0 \leq t_1, \dots, t_k \leq 1 \right\} \right) = \sqrt{\det [\text{Gram}[\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k]]}.$$

On constate ainsi, si les vecteurs $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k$ sont indépendants, mais proches d'être colinéaires, la matrice de Gram $\text{Gram}[\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k]$ se trouve avoir un déterminant très petit, ce qui implique un mauvais conditionnement et une grande instabilité dans les calculs numériques qui président à l'orthonormalisation de Gram-Schmidt ou à la recherche d'une projection orthogonale sur un sous-espace affine du type $M_0 + F$.

Page 4, sur la figure 1.2, mieux vaut supprimer le 0 à l'intersection des deux sécantes en trait plein du schéma ; il prête à confusion car l'hypothèse n'est pas en effet $F_1 \cap F_2 = \{0\}$ mais $F_1 \cap F_2^\perp = \{0\}$.

Page 10, j'ai détaillé un peu plus le second paragraphe (à propos de RGB) : On peut aussi imaginer des espaces de tableaux de tableaux : une image couleur par exemple se code dans le système RGB comme un tableau $n_1 \times n_2$ de vecteurs (r, g, b) d'entiers entre 0 et 255 (il s'agit du point de vue informatique d'un codage sur 8 bits pour chaque entrée, d'où la raison pour $256 = 2^8$). Si l'on oublie les contraintes informatiques de codage et que l'on interprète (r, g, b) comme des réels, on constate que la configuration est bien toujours du type $\mathbb{R}^n$, avec $n = 3n_1n_2$, mais que la présentation est cette fois différente.

Page 9, j'ai ajouté en fin de la section 1.3 la digression à propos de la notion d'espace préhilbertien et de complétude ; voilà ce texte :

Si $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, la donnée d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel H équipé d'un produit scalaire $\langle, \rangle$ constitue ce que l'on appelle la donnée d'un $\mathbb{K}$ -espace *préhilbertien*. Dans un tel cadre, théorème de Pythagore ((1.4), (1.5)), inégalité de Cauchy-Schwarz (cas d'égalité inclus) (1.9), formules du parallélogramme (1.3) et de la médiane (1.6), restent valables. Ne manque au tableau (pour que $(H, \langle, \rangle)$ soit un $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert) que le fait que $(H, \|\cdot\|)$ (la norme ici étant celle dérivant du produit scalaire) soit un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel complet.

Le fait qu'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel H équipé d'un produit scalaire $\langle, \rangle$ ne soit qu'un $\mathbb{K}$ -espace préhilbertien (au lieu d'être un $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert) ne constitue pas un si sérieux handicap que cela. En effet, il est possible d'exhiber un $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert $\tilde{H}$, équipé d'un produit scalaire $\langle\langle, \rangle\rangle$ (on note $|||$ la norme associée), et une application

$$\text{inj} : H \rightarrow \tilde{H}$$

telle que :

- d'une part l'application inj est semi-linéaire, c'est-à-dire vérifie

$$\forall h_1, h_2 \in H, \forall \lambda \in \mathbb{C}, \text{inj}(h_1 + \lambda h_2) = \text{inj}(h_1) + \bar{\lambda} \text{inj}(h_2) ;$$

- d'autre part $\text{inj}(H)$ est un $\mathbb{K}$ -sous-espace vectoriel dense dans le $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert $\tilde{H}$ équipé de son produit scalaire $\langle\langle, \rangle\rangle$;
- d'autre part enfin

$$\forall h \in H, |||\text{inj}(h)||| = \|h\|,$$

ce qui implique d'après la semi-linéarité de inj et le théorème de Pythagore que inj préserve aussi le produit scalaire, *i.e.* :

$$\forall h_1, h_2 \in H, \langle\langle \text{inj}(h_1), \text{inj}(h_2) \rangle\rangle = \langle h_2, h_1 \rangle.$$

Pour construire inj et le $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert $\tilde{H}$ (avec son produit scalaire), voici comment l'on procède : on considère l'application inj de H dans le $\mathbb{K}$ -espace des $\mathbb{K}$ -formes linéaires continues sur H (que l'on appelle aussi le *dual topologique* de H et que l'on note pour l'instant $H_{||}^*$ pour le différentiel du dual algébrique, H étant équipé de la norme $|| ||$),

$$\text{inj} : h \longmapsto \left(v \in H \mapsto \langle v, h \rangle \right) \in H_{||}^*.$$

Cette application est bien semi-linéaire et injective. Le $\mathbb{K}$ -espace vectoriel $H_{||}^*$ peut être équipé de la norme

$$|||L||| = \sup_{||v||=1} |L(v)|.$$

Équipé de cette norme, $(H_{||}^*, ||| |||)$ est un $\mathbb{K}$ -espace complet (à vérifier en exercice). On prend alors pour $\tilde{H}$ l'adhérence de $\text{inj}(H)$ dans $H_{||}^*$. Du fait de l'inégalité de Cauchy-Schwarz, on observe que

$$\forall h \in H, ||h|| = |||\text{inj}(h)|||.$$

Il ne reste plus qu'à observer que le produit scalaire défini sur $\text{inj}(H)$ par

$$\langle \langle \text{inj}(h_1), \text{inj}(h_2) \rangle \rangle := \langle h_2, h_1 \rangle$$

se prolonge en un produit scalaire à $\tilde{H}$ par :

$$\langle \langle \tilde{h}_1, \tilde{h}_2 \rangle \rangle := \lim_{n \rightarrow +\infty} \langle h_{2,n}, h_{1,n} \rangle$$

lorsque $\tilde{h}_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\text{inj}(h_{1,n}))$ et $\tilde{h}_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\text{inj}(h_{2,n}))$, le résultat ne dépendant pas des suites d'approche.

Un tel $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert $(\tilde{H}, \langle \langle \cdot, \cdot \rangle \rangle)$ est dit *complété* de H . Si s'on dispose de deux complétés $(\tilde{H}_1, \langle \langle \cdot, \cdot \rangle \rangle_1)$ et $(\tilde{H}_2, \langle \langle \cdot, \cdot \rangle \rangle_2)$ d'un même $\mathbb{K}$ -espace préhilbertien $(H, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, on montre facilement (suivant les mêmes idées que ci-dessus) qu'il existe une isométrie $\mathbb{K}$ -linéaire entre eux. C'est en ce sens que le complété d'un $\mathbb{K}$ -espace préhilbertien $(H, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ peut être qualifié d'unique et que l'on peut parler du complété d'un $\mathbb{K}$ -espace préhilbertien $(H, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ donné.

Page 12, j'ai ajouté en fin de la section 1.4.2 le texte suivant, pour unifier la présentation à la lumière du cours de Théorie de l'Intégration (MA5012) :

De fait, toute cette présentation des espaces de Hilbert $l_{\mathbb{K}}^2(I)$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$) pouvait rentrer dans le cadre plus général des $\mathbb{K}$ -espaces $L_{\mathbb{K}}^2(\Omega, \mathcal{T}, \mu)$ qui sera évoqué plus loin : on prend ici $\Omega = I$, pour $\mathcal{T}$ la tribu de toutes les parties, et pour μ la mesure de décompte ($\mu(A) = \text{card}(A)$ si A est finie, $\mu(A) = +\infty$ sinon). La définition du produit scalaire comme somme d'une famille sommable (Définition 1.3) et la complétude de l'espace préhilbertien ainsi obtenu (Propositions 1.1 et 1.2) se déduisent aussi de la théorie de l'intégration telle qu'elle a été développée dans le cours de l'UE MA5012 (*cf.* le polycopié en ligne). On utilise en particulier pour ce qui est de la complétude le théorème de Riesz-Fischer¹.

Remarque 1.0. La réalisation (abstraite et générale) du complété d'un préhilbertien $(H, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ décrite ci-dessus n'est bien souvent pas celle que l'on utilise dans la pratique. Bien souvent en effet, on dispose d'autres outils pour exhiber un complété explicite de manière plus directe. Par exemple, si $[a, b]$ est un segment de $\mathbb{R}$ et que H est le préhilbertien $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{C})$ des fonctions continues de $[a, b]$ dans $\mathbb{C}$ équipé du produit scalaire (dont la norme associée est la racine carrée de l'énergie en physique) :

$$\langle f, g \rangle := \int_a^b f(t) \overline{g(t)} dt = \int_{[a,b]} f(t) \overline{g(t)} dt,$$

on sait bien depuis le cours d'intégration² qu'une réalisation du complété de H est le $\mathbb{C}$ -espace de Hilbert $L_{\mathbb{C}}^2([a, b], dt)$.

Page 14, en fin de paragraphe consacré à la situation L^2 périodique, j'ai ajouté ces quelques lignes, pour préparer un pont en direction de Fourier pour le futur :

On verra plus loin dans le cours (chapitre 2) que c'est la transformation de Fourier :

$$f \in L_{\mathbb{C}}^2(\mathbb{T}) \longmapsto \left(\frac{1}{2\pi} \int_{[0, 2\pi]} f(\theta) e^{-ik\theta} d\theta \right)_{k \in \mathbb{Z}}$$

qui réalise précisément une isométrie ($\mathbb{C}$ -linéaire) entre le $\mathbb{C}$ -espace de Hilbert (dont la définition relève de l'intégration « intégration continue ») qu'est $L_{\mathbb{C}}^2(\mathbb{T})$ et le $\mathbb{C}$ -espace de Hilbert (dont la

1. Théorème 4.1 dans <http://math.u-bordeaux1.fr/~yger/mht512.pdf>

2. Voir la section 4.7 dans <http://www.math.u-bordeaux1.fr/~yger/mht512.pdf>

définition relève, elle, de l'intégration discrète) $l^2_{\mathbb{C}}(\mathbb{Z})$; c'est la formule de Plancherel, incarnation ici du principe de conservation de l'énergie, qui assure ici que la transformation de Fourier en question soit une isométrie.

Page 21, avant l'exemple 1.4, j'ai rajouté l'exemple de $\mathbb{K}^n$:

L'exemple de $\mathbb{K}^N$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). Le $\mathbb{K}$ -espace $\mathbb{K}^N$, vu ici comme le $\mathbb{K}$ -espace vectoriel des fonctions s de $\{1, \dots, N\}$ dans $\mathbb{K}$, équipé du produit scalaire usuel

$$\langle s_1, s_2 \rangle = \sum_{j=1}^N s_1(j) \overline{s_2(j)}$$

(c'est donc l'exemple 1.3, avec $I = \{1, \dots, N\}$) admet un système orthonormé « canonique », correspondant à la base canonique de $\mathbb{K}^N$, à savoir le système $(e_k)_{1 \leq k \leq N}$ constitué des fonctions « pic » :

$$e_k : l \in \{1, \dots, N\} \mapsto e_k(l) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = l \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Mais on peut préférer d'autres systèmes orthonormés, plus en relation avec la classe de signaux digitaux que l'on prétend décomposer pour les traiter. Tel est le cas de la base orthonormée constituée des signaux « oscillants » :

$$l \in \{1, \dots, N\} \mapsto \frac{1}{\sqrt{N}} W_N^{-(k-1)(l-1)/N}, \quad k = 1, \dots, N,$$

où $W_N := \exp(-2i\pi/N)$. Cette base orthonormée jouera un rôle capital en analyse de Fourier (voir la sous-section 2.2.1 au second chapitre).

Page 28 : j'ai ajouté en note à la dernière assertion de la Définition 1.9 le commentaire suivant :

Il convient de faire attention ici à l'usage du mot « base ». Il faut signaler en effet à ce propos qu'il est impossible qu'un $\mathbb{K}$ -espace de Hilbert (voire même simplement un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel normé complet) qui ne soit pas de dimension finie soit de dimension (au sens algébrique) dénombrable : si H n'est pas de dimension finie, il ne saurait en effet exister dans H de système dénombrable $(e_k)_{k \in \mathbb{N}}$ qui soit en même temps libre et générateur (au sens algébrique, ce qui signifie que tout élément de H puisse s'écrire comme combinaison linéaire finie d'éléments pris dans le système libre $(e_k)_{k \in \mathbb{N}}$) ; ceci n'interdit pas, au contraire, qu'il existe (c'est précisément ce que dit la dernière assertion de cette définition 1.9, lorsque H est supposé séparable) une base hilbertienne dénombrable. L'impossibilité évoquée ci-dessus résulte du fait que les espaces normés complets partagent la propriété de Baire (vous le verrez en Master 1). Par exemple, le $\mathbb{K}$ -espace vectoriel $\mathbb{K}[X]$ ne saurait être complet pour le choix d'une norme, comme vous l'avez d'ailleurs vu en TD.

Page 44, ligne 10, il convient de préciser un peu plus : ..., ce qui est suffisant par continuité de $I - Q$ et puisque tous les opérateurs T^k sont de norme au plus 1 comme composés de projections orthogonales sur des sous-espaces fermés, pour tout ...

Page 53, ligne 6 de l'introduction : l'accent sur Fejér doit être ici (non sur le premier e). Cela vaut pour toute la suite !

Page 55, ligne 3 : ... de fréquence j/N . Le système ...

Page 56, ligne -8 : Manque un 2 au dénominateur dans la formule ; il faut lire :

$$\left(\alpha_j \cos \frac{\pi j(2k+1)}{2N} \right)_{k=0, \dots, N-1}$$

Page 59, fin de la section 2.2.1 : à partir de “La transformation de Fourier lorsque N est une puissance de 2 ...”, supprimer tout ce qui suit dans le paragraphe et insérer à la place le paragraphe suivant :

La transformation de Fourier lorsque N est une puissance de 2 devient la *Fast Fourier Transform* (FFT) et l'on comprend pourquoi les écrans de télévision ou les consoles d'ordinateur sont souvent des configurations à 1024 sur 1024, 512 sur 256, ..., pixels. Un rôle majeur est joué dans de tels algorithmes par une racine 2^p de l'unité, à savoir $W_{2^p} = \exp(-2i\pi/2^p)$. Dans le cadre arithmétique, les nombres de Fermat (de la forme $2^{2^m} + 1$), avec m grand (donc *a fortiori* certainement de la forme $2^p + 1$) seront amenés jouer un grand rôle car le groupe des éléments inversibles de $\mathbb{Z}/(2^{2^m} + 1)\mathbb{Z}$ (de cardinal précisément une puissance de 2, à savoir 2^{2^m}) sera dans ce cas cyclique (puisque $2^{2^m} + 1$ est premier) et engendré par un élément a auquel on fera jouer le rôle de $W_{2^{2^m}}$; des algorithmes copiés de l'algorithme de Cooley-Tukey pourront ainsi être utilisés pour implémenter rapidement dans $\mathbb{Z}/(2^{2^m} + 1)\mathbb{Z}$ l'opération de corrélation cyclique. Les calculs sont cette fois des calculs arithmétiques, donc sans pertes, et les applications en codage/décodage, cryptographie, traitement de l'information, analyse et synthèse d'images (encodées au format « entier » RGB) sont légion. L'algorithme de FFT devient dans ce cadre arithmétique l'algorithme de FNT (*Fermat Number Transform*). C'est par exemple l'algorithme découvert par R. Crandall et C. Pomerance (2005), inspiré de telles idées et basé sur le principe de la multiplication rapide des entiers via la prise spectre arithmétique qui permet aujourd'hui la multiplication rapide d'entiers énormes et, par

exemple, la découverte de nouveaux nombres de Mersenne (nombres premiers de la forme $2^m - 1$, on en est en 2012 au 46-ième!) *via* l'utilisation des tests de primalité.

Page 59, changer ainsi la note en bas de page numéro 7 :

On trouvera par exemple une présentation succincte de l'algorithme de Cooley-Tukey dans mes notes du cours de l'UE N1MA303 : « Calcul scientifique et symbolique et initiation aux logiciels », en ligne sur

<http://www.math.u-bordeaux1.fr/~yger/CSSL.pdf>,

section 3.1.4 (on trouvera le code MATLAB sur la page

<http://www.math.u-bordeaux1.fr/~yger/initiationMATLAB/Corrige-TP5>).

La clef de cet algorithme tient simplement dans la remarque $W_{2^p}^{2^{p-1}} = -1$ si $W_N := \exp(-2i\pi/N)$, les entrées du vecteur colonne s étant préalablement triées entre entrées d'indice pair et entrées d'indice impair.

Page 59, section 2.2.2, ligne 6, il faut lire la phrase corrigée ainsi : Plus N augmente, plus l'éventail de fréquences $\{j/N; j = 0, \dots, N-1\}$ remplit l'intervalle $[0, 1[$.

Page 70, ligne -7, il faut lire l'assertion :

$$\forall k \in \mathbb{Z}, |k| > k_\epsilon \implies |c_k(\dot{f})| = |c_k(\dot{f} - \dot{f}^{\text{per}} * \dot{\Psi}_{k_\epsilon})| \leq \epsilon.$$

Page 78, ligne 7, il faut lire la définition de $T_N[\dot{f}]$ ainsi :

$$T_N[\dot{f}] : \theta \longmapsto \sum_{k=-N}^N \left(1 - \frac{|k|}{N}\right) c_k(\dot{f}) e^{ik\theta}$$