

## UE Intégration-Équations différentielles K1MA4021, Sujets d'oral

Ces sujets doivent être traités en binôme, illustrés par des exemples (ou contre-exemples si nécessaire), des applications<sup>1</sup>, comme si vous deviez présenter le sujet devant une classe ou un auditoire *a priori* non spécialiste. Chaque sujet doit vous donner l'opportunité de travailler à fond le cours. Choisissez un sujet après avoir formé votre binôme et signalez le moi.

**1. La formule de Green-Riemann et le calcul des aires de domaines plans.** Basez vous sur la section 1.6.4 du polycopié. Regardez aussi les tests ou exercices dans le chapitre 15 de Mathématiques L2, Pearson, disponible à la BMI.

**2. Qu'est-ce que le flux sortant d'un champ de vecteurs au travers du bord d'un ouvert borné  $E$  de l'espace ?** Comment le calcule-t-on ? Donnez des exemples. Que dit la formule de Green-Ostrogradski en dimension 3 ? Illustrez par des exemples le Théorème 1.9 du cours (regardez les annales dans le polycopié, ainsi que les tests ou exercices dans le chapitre 15 de Mathématiques L2, Pearson, disponible à la BMI).

**3. La formule de Green en dimension 2.** Illustrez par des exemples le Théorème 1.7 et la remarque 1.16 du cours (regardez les annales, ainsi que les tests ou exercices dans le chapitre 15 de Mathématiques L2, Pearson, disponible à la BMI).

**4. Le théorème de convergence dominée de Lebesgue.** Illustrez le Théorème 1.2 du cours avec des exemples qui montrent pourquoi l'utilisation d'un tel théorème s'avère plus efficace que celle des théorèmes vus dans le cours d'Analyse 3.

**5. La formule de changement de variables dans le calcul intégral de Lebesgue.** Mettez les divers changements de variables (polaire, cylindrique, sphérique) en situation sur des exemples (section 1.5 du polycopié).

**6. La transformation de Laplace.** Présentez cette transformation et mettez en pratique à propos d'elle les théorèmes du cours concernant les intégrales à paramètres (continuité, dérivabilité, expression de la dérivée, section 1.4 du cours).

**7. Fubini et Fubini-Tonelli.** Sur des exemples, montrez comment se couplent les utilisations de ces deux théorèmes. Calculez le volume de la boule unité de  $\mathbb{R}^n$ , l'intégrale de la fonction de Gauss :  $t \in \mathbb{R} \mapsto e^{-t^2}$ .

**8. Les EDO linéaires du premier ordre ou s'y ramenant.** Espace des états, résolution par la méthode de variation des constantes des équations  $y' = a(t)y + b(t)$ ,  $t \in I \subset \mathbb{R}$ , avec  $a$  et  $b$  continues sur  $I$ , équations (de Bernoulli ou de Riccati) se ramenant au cas linéaire (section 2.4 du polycopié). Exemples. Regardez le chapitre 16 de Mathématiques L2 Pearson (disponible à la BMI) pour les tests, exercices ou exemples.

---

1. Vraiment important dans cette UE ! Y compris, si cela est possible, hors du champ strictement mathématique (il n'y a aucune honte à exploiter intelligemment **internet** et par exemple **wikipedia** pour trouver des pistes).