

Une petite réflexion

1. On mesure des valeurs d'une expérience ; les valeurs obtenus sont

1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6

Il est facile de voir que $\bar{x} = 3,5$. Pour un dé parfait ('théorique') on a $\mu = 3,5$. Remarquons que $\bar{x} - \mu = 0$ tombe toujours dans la zone d'acceptation des tests vu en cours, indépendamment du choix du seuil $\alpha > 0$. Il est ainsi impossible (avec nos moyens) de refuser l'hypothèse que les valeurs pourraient provenir d'une expérience aléatoire uniforme à valeurs dans $\{1, 2 \dots 6\}$. Cependant, les valeurs, semblent ils 'aléatoires' à l'oeil?

2. Une autre expérience donne des valeurs

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91,
274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593,
1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276

Est-ce que les valeurs semblent plus 'aléatoires' à l'oeil? De fait, ils ne le sont pas du tout: ils suivent la règle $x_0 = 27$, puis $x_{n+1} = 3x_n + 1$ si x_n est un nombre impair ou bien $x_{n+1} = x_n/2$ si x_n est un nombre pair – après 111 itérations, la suite devient d'ailleurs cyclique et répète 4, 2, 1, 4, 2, 1, ... infiniment.

Exercice 1 La surface moyenne de plusieurs appartements d'un nouveau complexe résidentiel est annoncée par le propriétaire comme étant de 100 mètres carrés. La gérance chargée de la vente de ces locaux pense que les appartements sont plus petits. Elle envoie son ingénieur pour mesurer la surface d'un échantillon de ces appartements ($\sigma^2 = 25$).

96 92 100 99 103 101 96 109 106 94 95 100 109 98

Quelle est l'hypothèse nulle? Quelle est l'hypothèse alternative? La gérance va-t-elle conclure au risque de 5% qu'il s'agit de déviations aléatoires?

Exercice 2 Un certain type d'expérience sur les rats mesure le temps qu'un rat met pour sortir d'un labyrinthe. Pour un certain type de labyrinthe le temps moyen est de 18 secondes. Un chercheur soupçonne qu'un bruit très fort aura comme conséquence de faire diminuer cette durée. Il mesure le temps mis par 10 rats pour sortir du labyrinthe dans ces nouvelles conditions (on suppose que $\sigma^2 = 2,25$).

16,0 19,2 16,9 18,5 17,2 15,5 18,9 14,3 17,3 17,5

Quelle est l'hypothèse nulle? Quelle est l'hypothèse alternative? Peut on conclure au risque de 5% que le bruit diminue la durée?

Exercice 3 On sait qu'une maladie atteint 10 % des jeunes ovins d'une région donnée. Un chercheur a expérimenté un traitement sur un échantillon de n agneaux. Il a recensé

5% de malades. Déterminer la valeur minimale n qui permette au chercheur de conclure à l'efficacité du traitement au risque de 5%.

Exercice 4 Les bouteilles d'une boisson très populaire devraient contenir 300 mL. Comme la machine qui remplit ces bouteilles n'est pas très précise, il existe des différences d'une bouteille à l'autre. On peut supposer que la distribution du contenu d'une bouteille est normale avec écart-type égal à 3 mL.

A partir de quelle taille d'échantillon de bouteilles est-ce qu'on peut dire (au risque de 5%) qu'une moyenne observé de 299mL montre plutôt une intention malhonnête du producteur?

Exercice 5 Douze paires d'agneaux jumeaux sont sélectionnés pour comparer 2 régimes I et II ; dans chaque paire les agneaux ont été nourris avec des régimes différents. Les poids des agneaux après 8 mois sont les suivants

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	86	96	82	103	91	88	94	90	97	87	97	105
II	106	118	106	91	96	102	100	100	108	105	118	93

En admettant qu'à la base les 12 paires sont semblables et en considérant un modèle normal (les différences suivent une loi normale à paramètres inconnus), tester H_0 : "les régimes I et II sont équivalents" contre H_1 : "le régime I est différent du régime II."

Exercice 6 Les teneurs en azote de 30 échantillons d'un même terrain ont été mesurées par 2 méthodes d'analyse différentes: 15 échantillons par la méthode A et 15 autres par la méthode B. Sur la base des résultats suivants et en considérant un modèle normal, peut on admettre, au seuil de 5 %, que les 2 méthodes donnent en moyenne des résultats analogues? Méthode A

3,51 3,01 3,33 3,31 3,54 3,17 3,50 2,72 3,24 3,48 1,97 2,85 2,51 2,93 1,83

Méthode B

2,34 3,12 3,30 2,15 3,13 2,84 2,97 3,65 3,89 3,23 2,46 2,70 2,44 2,41 2,85

Exercice 7 A la suite du même traitement, on a observé 40 bons résultats chez 70 malades jeunes et 50 bons résultats chez 100 malades âgés. Peut on dire, au risque de 10%, qu'il existe une liaison entre l'âge du malade et l'effet du traitement ?

Exercice 8 Pour traiter un certain type de tumeur; on a utilisé 2 schémas thérapeutiques:

- Sur 40 malades traités selon le schéma A, on a observé une mortalité à 5 ans de 15%.
- Sur 60 malades traités selon le schéma B, la mortalité à 5 ans a été de 25%.

Si l'on considère la mortalité à 5 ans, peut on dire que les schémas A et B diffèrent significativement au risque 10% ? au risque 5% ?