

**Exercice 1** On a un test de sérologie pour identifier une maladie qui atteint 0,5% de la population. Sur 99% des malades, le test réagit (c'est à dire, 99% des malades sont identifiés par le test) mais sur 2% des sains, le test montre une fausse réaction positive.

Patient *A* fait un test qui revient positif. Quel est la probabilité d'être malade?

*Refaisons des calculs avec des chiffres de la vraie vie:*

1. pour détecter un cancer des femmes à partir de 50 ans font une mammographie. On sait que 1% des femmes à cet âge sont atteint par un cancer. La détection d'un cancer sur le mammogramme fonctionne dans 9 sur 10 cas. Par contre une fausse détection (c'est à dire des femmes saines aux quels un cancer est 'détecté) est de 9%. Une femme vient d'apprendre une mammographie positive. Quel est la probabilité d'avoir vraiment un cancer?
2. Cancer du colon : la rate de ce cancer à l'âge de 50 est de 0,3%. Le médecin offre un test de détection de sang dans les selles. A 50% des personnes qui souffrent d'un cancer d'intestin, ce test est positif. Les détections faux-positives sont de 3%. Quel est la probabilité de souffrir d'un cancer sachant que le test à été positives?
3. SIDA: Le test double standard (ELIZA et Western-Blot) détectent dans 99,9% des le virus IH et la rate de faux-positifs est de 0,01%. Une personne sans facteurs de risque particuliers appartient à un groupe dans lequel seulement 0,01% portent le virus VIH. Son test et positif. Quel est la probabilité d'être porteur de VIH?

Remarque: Selon une enquête de l'institut Max-Planck, si on demande à des médecins de choisir comme réponse à la question (1) entre 3 probabilités possibles (à peu près 90%, à peu près 50% ou à peu près 9%) seul un tiers des médecins trouvent la bonne réponse ...

Source: <http://www.mpib-berlin.mpg.de/de/forschung/abc/rechenbeispiele.htm>)

### Exercice 2 (DS 2007)

Lors de l'impression d'un quotidien on peut avoir deux types d'erreurs, appelés erreur A et erreur B. La probabilité d'avoir l'erreur A est 0.2, la probabilité d'avoir l'erreur B mais pas l'erreur A est 0.1 et la probabilité d'avoir simultanément les erreurs A et B est 0.05

1. Avec quelle probabilité a t-on l'erreur B ?
2. Avec quelle probabilité n'a t-on ni l'erreur A ni l'erreur B ?
3. Avoir l'erreur A et avoir l'erreur B sont-ils deux événements indépendants ?
4. ( cette question n'était pas dans le DS )  
Calculer la probabilité d'avoir l'erreur *A* sachant qu'on a l'erreur *B* et la probabilité d'avoir l'erreur *B* sachant qu'on a l'erreur *A*

### Exercice 3 (Examen 2007-2008, Session 1)

Dans un certain pays il y a deux régions : celle du Nord où habite 40% de la population et celle du Sud où habite le reste. En été, 30% des habitants du Nord part en vacances

à l'étranger mais seulement 15% des habitants du Sud part en été à l'étranger. Si vous rencontrez à l'étranger un habitant de ce pays, quelle est la probabilité qu'il vienne du Sud ?

**Exercice 4 (Examen 2007-2009, Session 2)**

Un appareil est équipé de 3 capteurs  $a$ ,  $b$  et  $c$ . La probabilité de panne du capteur  $a$  est 0.15, celle du capteur  $b$  est 0.05 et celle du capteur  $c$  est 0.08. Les pannes des trois capteurs sont indépendantes et l'appareil fonctionne si deux au moins des capteurs fonctionnent. On note  $A$  l'événement "la capteur  $a$  est en panne",  $B$  l'événement "la capteur  $b$  est en panne" et  $C$  l'événement "la capteur  $c$  est en panne".

1. Calculer la probabilité de l'événement  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$  (c'est-à-dire de l'événement "a et b fonctionnent et c est en panne").
2. Exprimer en fonction de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et des événements contraires  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  et  $\bar{C}$  l'événement "l'appareil fonctionne".
3. Calculer la probabilité que l'appareil fonctionne.
4. Sachant que l'appareil fonctionne, qu'elle est la probabilité que le capteur  $c$  soit en panne ?

**Exercice 5 (Examen 2008-2009 Session 1)**

Deux tireurs  $A$  et  $B$  tirent indépendamment une fois au but chacun. La probabilité d'atteindre le but par le tireur  $A$  est égale à 0.8 et elle est de 0.4 pour le tireur  $B$ .

1. Ils ont tiré tous les deux, calculer la probabilité que le but soit atteint exactement une fois.
2. Ils ont tiré tous les deux et on constate que le but est atteint exactement une fois.
  - (a) Trouver la probabilité que le but ait été atteint par le tireur  $A$ .
  - (b) Trouver la probabilité que le but ait été atteint par le tireur  $B$

**Exercice 6** On a un canal de communication sur lequel des signaux, codés en 'mots' formés de l'alphabet 0 et 1, sont transmises. Dans ces mots, les '0' ne représentent que 10% des 'lettres' et les '1' en représentent 90%.

La réception étant perturbé, on sait que 80% des lettres sont bien reçues et que 20% sont inversés, c'est à dire 20% des '0' émises sont reçues comme des '1' et 20 % des '1' émises sont reçues comme des '0' (faire une petite esquisse de la transmission!)

Pour minimiser les erreurs de transmission, les ingénieurs ont décidé d'envoyer chaque lettre 7 fois a la suite, c'est à dire s'ils souhaitent transmettre un seul 0, ls envoient 0.00.00.00 et s'ils souhaitent transmettre un seul 1 ils transmettent 1.11.11.11.

L'appareil de réception capte la suite 0.10.01.10. Est-ce qu'on va plutôt décider que 0.00.00.00 ou que 1.11.11.11 a été envoyé?