

Transformée de Radon

Rétroprojection filtrée

Ch. Dossal

2008

1 Introduction

Le but de ce TD est d'introduire la transformée de Radon sous matlab. Nous essaierons de comprendre toutes les difficultés numériques d'une telle transformée, quelques unes de ses propriétés ainsi qu'une première méthode d'inversion la *rétroprojection filtrée*.

La transformée de Radon est une transformée continue dont chaque coefficient est une intégrale le long de lignes. Toute méthode d'inversion consiste donc à reconstruire une fonction à partir de telles intégrales. Tout traitement numérique nécessite une discrétisation sur une grille, le plus souvent cartésienne, or si les prises d'angles sont nombreuses, il est impossible d'utiliser une grille dont tous les points se situent sur les lignes d'acquisition. La transformée de Radon nécessite donc une interpolation des données au moment de la reconstruction. Dans les cas que nous étudierons où les données elles même sont discrètes, une autre interpolation intervient pour calculer les intégrales le long de lignes.

Selon le type d'interpolation choisi, les résultats varient, c'est pourquoi il est important de savoir quand et comment les données sont interpolées.

2 Rotation et interpolation

La commande *imrotate* de matlab est une commande qui permet d'effectuer une rotation de l'image d'un angle quelconque exprimé en degrés. Elle prend en entrée une matrice, un angle et une chaîne de caractère spécifiant le type d'interpolation. Par défaut cette interpolation est effectuée *au plus proche voisin*.

1. A l'aide la commande *phantom* créer une image 256×256 du *fantôme* de Shepp-Logan. A l'aide de la commande *imrotate*, faite le tourner en utilisant différents angles et différentes orientations.
2. Ecrire un programme qui effectue une rotation d'angle θ et une autre d'angle $-\theta$ **et qui renvoie une image de taille identique à l'image initiale.**
3. Pour les différentes interpolations, effectuer 50 fois l'opérations précédentes successivement avec des angles différents. Comparer les influences des différents interpolations et étudier la robustesse de ces transformations en l'absence et en présence de bruit.

3 Calcul de Transformée de Radon discrète

Une transformée de radon est donnée par une série d'angles et un pas d'espacement entre les mesures faites à angle donné. Par commodité nous utiliserons le pas correspondant à un pixel après rotation de l'image par *imrotate*.

4. Ecrire un programme

```
function Ra=RadonAngulaire(I,Theta,interp)
```

prenant en entrée une image I , un angle Θ et une chaîne de caractères correspondant au type d'interpolation choisie et qui renvoie les intégrales le long des lignes orientés par l'angle Θ .

5. Ecrire un programme

```
R=radon(I,NbAngles,interp)
```

qui calcule la transformée de Radon sur $Nbangles$ régulièrement espacés entre -180 et 180 degrés. **Attention, selon les angles la taille du vecteur obtenu par RadonAngulaire varie. On veut tout de même obtenir une transformée où la ligne du milieu correspond à des lignes passant par le centre de l'image.**

6. Tester différents nombre d'angles et estimer le temps de calcul d'une telle transformée en fonction du nombre d'angles et de l'interpolation choisie.
7. Calculer la transformée de Radon de différentes gaussiennes 2D, faites varier la variance et la position et visualiser les résultats. Tester également des indicatrices de disques ou de carrés. Remarquer en particulier l'allure de la transformée de Radon d'une gaussienne très localisée.

4 Retroprojection filtrée

La rétroprojection filtrée est une méthode standard de l'inversion de la transformée de Radon. C'est aussi sans doute la méthode la plus naturelle si on excepte la partie *filtrage* qui est moins évidente. La méthode consiste à ajouter des images constantes sur des lignes orientés. La valeurs de ces images correspondant aux intégrales calculées lors de la transformée de radon.

8. Ecrire un programme qui pour une colonne Ra de la transformée de Radon, construit une image de taille $n \times n$, constante le long de lignes orientés d'angle θ . La valeur prise sur les lignes sont celles de Ra et le type d'interpolation est spécifié par *interp*.

```
I=RetroAngle(Ra,theta,interp,n)
```

9. Ecrire un programme prenant en entrée la transformée de Radon et qui renvoie la somme de ces images constantes sur des lignes. Que remarquez vous ?

10. Ecrire un programme qui filtre par un filtre rampe chacune des mesures de la transformée de Radon avant de construire les images constantes le long de ligne. **Attention le filtre rampe n'est pas exactement le même selon la parité de la longueur du signal. Il est préférable de n'effectuer le filtrage que sur la portion de la transformée de Radon correspondant à une intégrale et pas sur la partie remplissage.**
11. Ecrire un programme RetroProj

Irec=RetroProj(R,interp)

qui calcule la Rétroprojection filtrée de R par sommation des retroprojections filtrées.
12. Comparer en terme de qualité (psnr) et de temps de calcul les différentes interpolations et le nombre d'angles utilisés.
13. Tester aussi la robustesse à un bruit gaussien (et Poissonien ?).