

Transformée en ondelettes biorthogonales et transformée en ondelettes 2D

Ch. Dossal

Avril 2016

1 Ondelettes Biorthogonales

Dans la transformée en ondelettes orthogonales, on utilise le même filtre et donc les mêmes ondelettes pour l'analyse et la synthèse. Une ondelette mère associée à une base d'ondelettes orthogonales doit vérifier un ensemble de contraintes théoriques assez forte. La seule ondelette orthogonale qui soit *symétrique* est l'ondelette de Haar. En revanche si on n'impose pas que l'ondelette d'analyse soit égale à celle de synthèse on a plus de souplesse dans le choix des propriétés de l'ondelettes. En particulier il est possible de construire des ondelettes biorthogonales symétriques avec plus d'un moment nul. Cette symétrie est intéressante en particulier sur les images car les propriétés des artefacts d'une compression en ondelettes sont liées aux propriétés des ondelettes. De plus on peut choisir des ondelettes d'analyse avec beaucoup de moments nuls et des ondelettes de synthèse plus régulières. Un dernier avantage de s'affranchir de l'orthogonalité est de pouvoir fournir des formules analytiques. Le format jpeg2000 utilise des transformées en ondelettes biorthogonales.

2 Transformée en ondelettes biorthogonales

La commande `wavelab` qui permet d'effectuer une transformée en ondelettes biorthogonales est

```
wcoef = FWT_PB(S,L,qmf,dqmf)
```

où `qmf` et `dqmf` sont les deux filtres associés à la base d'ondelettes. Ces deux filtres peuvent être créés par la commande

```
[qmf,dqmf] = MakeBSFilter(Type,Par)
```

La commande d'inversion étant

```
Srec= IWT_PB(wcoef,L,qmf,dqmf)
```

1. En utilisant l'aide de `MakeBSFilter`, générer les filtres associées à l'ondelettes de Daubechies 7-9 (son nom dans `wavelab` est Villasenor 1). C'est cette ondelette qui est utilisée dans `jpeg2000`.
2. Visualiser les ondelettes d'analyse et de synthèse (on pourra intervertir les filtres pour afficher les ondelettes d'analyse).
3. Estimer le nombre de moments nuls de l'ondelette d'analyse et donc de la transformée.

4. Comparer les capacités d'approximation linéaire et non linéaire de cette ondelette avec les ondelettes orthogonales étudiées lors des derniers TD sur les signaux *Blocks* et *Piece-Regular*.

3 Transformée en Ondelettes 2D

Une transformée en ondelettes 2D prend en entrée une image (une matrice de nombres réels) de taille dyadique et utilise un filtre pour la transformée orthogonale et 2 pour la transformée biorthogonale.

Wavelab fournit un catalogue d'images que l'on peut charger à l'aide de la commande `ReadImage`. D'une manière générale matlab peut charger différent type d'images avec la commande `imread`. Utiliser l'aide pour plus de détails.

Attention la commande `imread` ne fournit pas une matrice de réel. Il est indispensable de convertir la matrice au format double par exemple pour pouvoir l'utiliser

La syntaxe de la transformée en ondelettes orthogonales est

```
W=FWT2_PO(I,L,qmf)
```

5. Avec la commande `mesh`, visualiser une ondelette et une fonction d'échelle 2D.
6. Visualiser la transformée en ondelettes de différentes images.
7. Ecrire un programme qui permet de visualiser séparément les trois espaces W_j associés à l'échelle j la plus fine. Vous devriez voir que chacun de ces espaces correspond à une direction (horizontale, verticale et diagonale).
8. Faire de même avec la transformée biorthogonale dont la syntaxe est

```
WB=FWT2_PB(I,L,qmf,dqmf)
```
9. Ecrire un programme d'approximation linéaire d'une image en ondelettes orthogonales.
10. Faire différents tests en faisant varier l'image, l'ondelette et la valeur de j .
11. Quels type d'artefacts obtient on en ondelettes de Haar ?
12. Ecrire un programme d'approximation non linéaire en ondelettes orthogonales
13. Idem en biorthogonal.
14. Ecrire un programme `CompareOndelettes` qui pour image donnée affiche les courbes d'erreurs d'approximation non linéaire en fonction du nombre de coefficients conservés pour différentes ondelettes. Pour l'affichage on pourra zoomer sur certaines parties des courbes pour bien visualiser les différences de comportement des différentes transformées en ondelettes.
15. Quelle est l'ondelette qui vous parait la plus adaptée pour Lenna ? pour Barbara ?