MI 201 Groupe A1 **Contrôle Continu 1 : Suites numériques** printemps 2014

Exercice 1. Question de cours :

1. Donner la définition d'une suite de Cauchy.
2. Donner la définition d'une suite réelle tendant vers $+\infty$.
3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Que vaut $\sum_{k=0}^{n} q^k$ pour $q \neq 1$?

Exercice 2. Une gentille étude de suite : Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ une suite réelle définie par $u_1 = 1$ et la relation de récurrence

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{2}.$$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n < 2$.
2. Montrer que $(u_n)_{n\geq 1}$ est croissante.
3. En déduire que $(u_n)_{n\geq 1}$ converge et déterminer sa limite.

Exercice 3. Calculs de limites : Calculer les limites des suites définies par les termes suivants :

1. $a_n = \dfrac{\cos n}{\sqrt{n} + (-1)^n},\ n \geq 1.$
2. $b_n = \exp\left(\dfrac{\ln n}{n}\right),\ n \geq 1.$

MI 201 Groupe A1 **Contrôle Continu 1 : Suites numériques** printemps 2014

Exercice 1. Question de cours :

1. Donner la définition d'une suite de Cauchy.
2. Donner la définition d'une suite réelle tendant vers $+\infty$.
3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Que vaut $\sum_{k=0}^{n} q^k$ pour $q \neq 1$?

Exercice 2. Une gentille étude de suite : Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ une suite réelle définie par $u_1 = 1$ et la relation de récurrence

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{2}.$$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n < 2$.
2. Montrer que $(u_n)_{n\geq 1}$ est croissante.
3. En déduire que $(u_n)_{n\geq 1}$ converge et déterminer sa limite.

Exercice 3. Calculs de limites : Calculer les limites des suites définies par les termes suivants :

1. $a_n = \dfrac{\cos n}{\sqrt{n} + (-1)^n},\ n \geq 1.$
2. $b_n = \exp\left(\dfrac{\ln n}{n}\right),\ n \geq 1.$