MI 201 Groupe A1 **Contrôle Continu 2 : Continuité et dérivabilité** printemps 2014

Exercice 1 : c'est du déjà vu...

1. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires et montrer qu'un polynôme réel de degré impair s'annule.
2. Énoncer le théorème de Rolle et montrer que si f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ qui s'annule k fois (avec $k \geq 2$) alors f' s'annule $k-1$ fois sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : on taffe dur...

1. Énoncer la **formule** des accroissements finis.
2. Montrer que, pour tout $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $0 < x < y$, on a $\dfrac{1}{y} \leq \dfrac{\ln(y) - \ln(x)}{y - x} \leq \dfrac{1}{x}$.
3. Énoncer **l'inégalité** de Taylor-Lagrange.
4. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \left| \cos x - \left(1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!}\right) \right| \leq \dfrac{x^6}{6!}$.

Exercice 3 : "Dure limite"...

1. Donner le développement limité de $\cos$ à l'ordre 2 en 0.
2. On rappelle que $\ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n} + \circ(x^n)$. Donner le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $\ln(\cos(x))$.
3. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2} \ln(\cos(x))$.

MI 201 Groupe A1 **Contrôle Continu 2 : Continuité et dérivabilité** printemps 2014

Exercice 1 : c'est du déjà vu...

1. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires et montrer qu'un polynôme réel de degré impair s'annule.
2. Énoncer le théorème de Rolle et montrer que si f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ qui s'annule k fois (avec $k \geq 2$) alors f' s'annule $k-1$ fois sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : on taffe dur...

1. Énoncer la **formule** des accroissements finis.
2. Montrer que, pour tout $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $0 < x < y$, on a $\dfrac{1}{y} \leq \dfrac{\ln(y) - \ln(x)}{y - x} \leq \dfrac{1}{x}$.
3. Énoncer **l'inégalité** de Taylor-Lagrange.
4. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \left| \cos x - \left(1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!}\right) \right| \leq \dfrac{x^6}{6!}$.

Exercice 3 : "Dure limite"...

1. Donner le développement limité de $\cos$ à l'ordre 2 en 0.
2. On rappelle que $\ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n} + \circ(x^n)$. Donner le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $\ln(\cos(x))$.
3. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2} \ln(\cos(x))$.