**Contrôle continu 1 : mardi 5 mars 2013**

**durée : 20 minutes.** Calculatrice Bordeaux 1 autorisée. Aucun document autorisé.

## Exercice 1

1. Enoncer le théorème des accroissements finis pour une fonction $f$ définie sur un intervalle $[a, b]$.
2. Soit $x \geq 0$. Montrer que $\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}} \leq \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} \leq \dfrac{1}{2}$.

## Exercice 2

1. Donner l'ensemble de définition puis calculer la dérivée d'ordre $n$ de la fonction $f(x) = \ln(1+x)$.
2. Soit $x \geq 0$, montrer l'inégalité $x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3(1+x)^3} \leq f(x) \leq x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3}$.
3. A partir de l'inégalité précédente, trouver un réel $a$ (le plus grand possible) tel que l'inégalité

$$\left| f(x) - \left( x - \frac{x^2}{2} \right) \right| \leq 10^{-6}$$

soit satisfaite pour tout $x \in [0, a]$.

## Question bonus de l'exercice 1 : ne compte que si les deux exercices ont été traités.

Montrer que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} = \dfrac{1}{2}$.


**Contrôle continu 1 : mardi 5 mars 2013**

**durée : 20 minutes.** Calculatrice Bordeaux 1 autorisée. Aucun document autorisé.

## Exercice 1

1. Enoncer le théorème des accroissements finis pour une fonction $f$ définie sur un intervalle $[a, b]$.
2. Soit $x \geq 0$. Montrer que $\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}} \leq \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} \leq \dfrac{1}{2}$.

## Exercice 2

1. Donner l'ensemble de définition puis calculer la dérivée d'ordre $n$ de la fonction $f(x) = \ln(1+x)$.
2. Soit $x \geq 0$, montrer l'inégalité $x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3(1+x)^3} \leq f(x) \leq x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3}$.
3. A partir de l'inégalité précédente, trouver un réel $a$ (le plus grand possible) tel que l'inégalité

$$\left| f(x) - \left( x - \frac{x^2}{2} \right) \right| \leq 10^{-6}$$

soit satisfaite pour tout $x \in [0, a]$.

## Question bonus de l'exercice 1 : ne compte que si les deux exercices ont été traités.

Montrer que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} = \dfrac{1}{2}$.