

**Contrôle continu 3 : courbes paramétrées et formes différentielles.**  
**Mardi 28 Avril 2013**

**durée** : 20 minutes. La calculatrice est inutile ici. Chaque exercice est sur 10 points.

**Exercice 1 : forme différentielle**

Soit  $\omega$  la forme différentielle définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $\omega(x, y) = (x^2 - 2y) dx + (y^2 - 2x) dy$ .

1. La forme  $\omega$  est-elle fermée sur  $\mathbb{R}^2$  ?
2. La forme  $\omega$  est-elle exacte sur  $\mathbb{R}^2$  ?
3. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $f(x, y) = \frac{1}{3}(x^3 + y^3) - 2xy$ . On admet que  $df(x, y) = \omega(x, y)$  sur  $\mathbb{R}^2$ .  
En déduire l'intégrale curviligne de  $\omega$  sur le segment d'extrémités  $A = (0, 1)$  et  $B = (1, 1)$ .

**Exercice 2 : courbe paramétrée**

On considère la courbe paramétrée  $\Gamma$  définie par  $\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases}$  et les points  $M = (x(\frac{\pi}{4}), y(\frac{\pi}{4}))$  et  $N = (x(0), y(0))$ .

1. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe  $\Gamma$  au point  $M$ . Même question pour  $N$ .
2. Donner l'équation de la tangente à la courbe  $\Gamma$  au point  $M$ . Même question pour  $N$ .
3. Quelle est la nature du point  $M$  ? Et celle du point  $N$  ?

**Contrôle continu 3 : courbes paramétrées et formes différentielles.**  
**Mardi 28 Avril 2013**

**durée** : 20 minutes. La calculatrice est inutile ici. Chaque exercice est sur 10 points.

**Exercice 1 : forme différentielle**

Soit  $\omega$  la forme différentielle définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $\omega(x, y) = (x^2 - 2y) dx + (y^2 - 2x) dy$ .

1. La forme  $\omega$  est-elle fermée sur  $\mathbb{R}^2$  ?
2. La forme  $\omega$  est-elle exacte sur  $\mathbb{R}^2$  ?
3. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $f(x, y) = \frac{1}{3}(x^3 + y^3) - 2xy$ . On admet que  $df(x, y) = \omega(x, y)$  sur  $\mathbb{R}^2$ .  
En déduire l'intégrale curviligne de  $\omega$  sur le segment d'extrémités  $A = (0, 1)$  et  $B = (1, 1)$ .

**Exercice 2 : courbe paramétrée**

On considère la courbe paramétrée  $\Gamma$  définie par  $\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases}$  et les points  $M = (x(\frac{\pi}{4}), y(\frac{\pi}{4}))$  et  $N = (x(0), y(0))$ .

1. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe  $\Gamma$  au point  $M$ . Même question pour  $N$ .
2. Donner l'équation de la tangente à la courbe  $\Gamma$  au point  $M$ . Même question pour  $N$ .
3. Quelle est la nature du point  $M$  ? Et celle du point  $N$  ?