

## Devoir maison 1 : Développements limités

Pour le mardi 3 avril

### Exercice 1 :

1. Donner le développement limité de  $\ln(1+x)$  au point 0 à l'ordre  $n$ . En déduire le développement limité de  $\ln(2+x)$  au point 0 et à l'ordre  $n$ .
2. Déterminer le développement limité au point 0 à l'ordre 3 de la fonction  $f(x) = \ln(1+e^{-x})$ .
3. Déterminer l'équation de la tangente et la position de la courbe représentative de  $f$  au voisinage du point  $x=0$  et représenter sommairement la courbe de  $f$  au voisinage de 0.

**Exercice 2 :** Déterminer le développement limité de  $g(x) = \frac{\cos(x)}{1-x}$  à l'ordre 4 en 0.

### Exercice 3 :

1. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x \ln(1+x^2)}.$$

2. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) - x^2.$$

**Exercice 4 :** Etudier la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (x+2) \exp\left(\frac{1}{x}\right)$ .

Vous donnerez l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité, le tableau de variations (préciser les limites aux bornes de l'ensemble de définition et les extrema) et l'équation de l'asymptote en  $+\infty$  et  $-\infty$  en précisant la position de la courbe par rapport à l'asymptote.

## Devoir maison 1 : Développements limités

Pour le mardi 3 avril

### Exercice 1 :

1. Donner le développement limité de  $\ln(1+x)$  au point 0 à l'ordre  $n$ . En déduire le développement limité de  $\ln(2+x)$  au point 0 et à l'ordre  $n$ .
2. Déterminer le développement limité au point 0 à l'ordre 3 de la fonction  $f(x) = \ln(1+e^{-x})$ .
3. Déterminer l'équation de la tangente et la position de la courbe représentative de  $f$  au voisinage du point  $x=0$  et représenter sommairement la courbe de  $f$  au voisinage de 0.

**Exercice 2 :** Déterminer le développement limité de  $g(x) = \frac{\cos(x)}{1-x}$  à l'ordre 4 en 0.

### Exercice 3 :

1. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x \ln(1+x^2)}.$$

2. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) - x^2.$$

**Exercice 4 :** Etudier la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (x+2) \exp\left(\frac{1}{x}\right)$ .

Vous donnerez l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité, le tableau de variations (préciser les limites aux bornes de l'ensemble de définition et les extrema) et l'équation de l'asymptote en  $+\infty$  et  $-\infty$  en précisant la position de la courbe par rapport à l'asymptote.