

 DISVE Pôle Licence	ANNEE UNIVERSITAIRE 2011/2012 DS Terminal PARCOURS : MISMI DOM PHY. ING. CODE UE : Q1MI2M21 Epreuve : DS Mathématiques Date : 12/06/2013 Heure : 8h30 Durée : 1h30 Documents : Non autorisés. La calculatrice homologuée par l'Université est le seul matériel électronique autorisé.	
--	---	---

Exercice 1.

1. Donner le développement limité de $\cos(x + x^2)$ au point 0 à l'ordre 4.
2. Donner le développement limité de $(x - 1)(2 + \ln(1 + 2x))$ au point 0 à l'ordre 4.

On considère maintenant la courbe paramétrée $f(t) = (x(t), y(t))$ définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t + t^2) \\ y(t) = (t - 1)(2 + \ln(1 + 2 * t)) \end{cases}$$

3. Montrer que 0 est un point stationnaire de la courbe paramétrée.
4. Utiliser ce qui précède pour effectuer le tracé de la courbe au voisinage du point $t = 0$.

Exercice 2. On considère la courbe paramétrée $f(t) = (x(t), y(t))$ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) - \cos(t)^2 \\ y(t) = \sin(t) \end{cases}$$

1. *Question préliminaire* : Pour $t \in [0, \pi]$, résoudre l'inégalité $2\cos(t) - 1 > 0$.
2. Montrer que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude à l'intervalle $[0, \pi]$.
3. Donner le tableau de variations de $x(t)$ et $y(t)$ pour $t \in [0, \pi]$.
4. Déterminer les points de la courbe admettant une tangente horizontale et ceux admettant une tangente verticale.
5. Tracer l'allure de la courbe.

Exercice 3. On considère γ la courbe correspondant au quart de cercle de centre 0 et de rayon 2 joignant le point $A = (2, 0)$ au point $B = (0, 2)$.

Soient w_1 et w_2 les formes différentielles définies sur $\mathbb{R}^2$ par

$$w_1(x, y) = (2xy + 1)dx + (x^2 + 2y)dy,$$

$$w_2(x, y) = x^2dx + 2xydy.$$

1. Les formes différentielles w_1 et w_2 sont-elles fermées sur $\mathbb{R}^2$? sont-elles exactes sur $\mathbb{R}^2$? Dans le cas où la forme considérée est exacte, donner la fonction dont elle est la différentielle.
2. Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\gamma} w_2$.
3. Que vaut $\int_{\gamma} w_1$?

FIN