

## Contrôle continu 1 : lundi 2 mars 2015

Durée : 25 minutes. Calculatrice Université de Bordeaux autorisée. Aucun document autorisé.

### Exercice 1.

À l'aide du théorème des accroissements finis, montrez que, pour tout  $x > 0$ ,  $x \geq \arctan(x) \geq \frac{x}{1+x^2}$ .

### Exercice 2 : DS 2013

1. Énoncer la formule de Taylor à l'ordre 2 (c'est-à-dire avec un reste d'ordre 3) au point  $a$  pour une fonction  $g$  en précisant bien les hypothèses.
2. Donner l'ensemble de définition puis calculer la dérivée d'ordre  $n$  de la fonction  $f : x \mapsto e^{-2x}$ .
3. Soit  $x \geq 0$ , montrer l'inégalité  $1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 \leq f(x) \leq 1 - 2x + 2x^2$ .

### Question bonus de l'exercice 2 : ne compte que si les deux exercices ont été traités.

À partir de l'exercice 2, trouver un réel  $a > 0$  le plus grand possible tel que l'inégalité  $|f(x) - (1 - 2x + 2x^2)| \leq 10^{-6}$  soit satisfaite pour tout  $x \in [0; a]$ .

## Contrôle continu 1 : lundi 2 mars 2015

Durée : 25 minutes. Calculatrice Université de Bordeaux autorisée. Aucun document autorisé.

### Exercice 1.

À l'aide du théorème des accroissements finis, montrez que, pour tout  $x > 0$ ,  $x \geq \arctan(x) \geq \frac{x}{1+x^2}$ .

### Exercice 2 : DS 2013

1. Énoncer la formule de Taylor à l'ordre 2 (c'est-à-dire avec un reste d'ordre 3) au point  $a$  pour une fonction  $g$  en précisant bien les hypothèses.
2. Donner l'ensemble de définition puis calculer la dérivée d'ordre  $n$  de la fonction  $f : x \mapsto e^{-2x}$ .
3. Soit  $x \geq 0$ , montrer l'inégalité  $1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 \leq f(x) \leq 1 - 2x + 2x^2$ .

### Question bonus de l'exercice 2 : ne compte que si les deux exercices ont été traités.

À partir de l'exercice 2, trouver un réel  $a > 0$  le plus grand possible tel que l'inégalité  $|f(x) - (1 - 2x + 2x^2)| \leq 10^{-6}$  soit satisfaite pour tout  $x \in [0; a]$ .

## Contrôle continu 1 : lundi 2 mars 2015

Durée : 25 minutes. Calculatrice Université de Bordeaux autorisée. Aucun document autorisé.

### Exercice 1.

À l'aide du théorème des accroissements finis, montrez que, pour tout  $x > 0$ ,  $x \geq \arctan(x) \geq \frac{x}{1+x^2}$ .

### Exercice 2 : DS 2013

1. Énoncer la formule de Taylor à l'ordre 2 (c'est-à-dire avec un reste d'ordre 3) au point  $a$  pour une fonction  $g$  en précisant bien les hypothèses.
2. Donner l'ensemble de définition puis calculer la dérivée d'ordre  $n$  de la fonction  $f : x \mapsto e^{-2x}$ .
3. Soit  $x \geq 0$ , montrer l'inégalité  $1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 \leq f(x) \leq 1 - 2x + 2x^2$ .

### Question bonus de l'exercice 2 : ne compte que si les deux exercices ont été traités.

À partir de l'exercice 2, trouver un réel  $a > 0$  le plus grand possible tel que l'inégalité  $|f(x) - (1 - 2x + 2x^2)| \leq 10^{-6}$  soit satisfaite pour tout  $x \in [0; a]$ .