

Thème : Dénombrement, probabilités et statistiques Loi binomiale.

1. L'exercice proposé au candidat :

Relecture de fautes.

Un livre contient N erreurs. On suppose qu'à chaque relecture, une erreur est corrigée avec la probabilité $\frac{3}{4}$ et que des erreurs différentes sont corrigées ou non, de façon indépendantes. Il est procédé à n relectures indépendantes.

1) Quelle est la probabilité que k erreurs soient corrigées après une relecture? Quel est le nombre moyen d'erreurs corrigées après une relecture?

2) On considère les événements :

- $F_{i,n}$: "l'erreur i n'est pas corrigée à l'issue des n relectures" (pour $1 \leq i \leq N$),

- $A_{n,N}$: "toutes les erreurs sont corrigées à l'issue des n relectures".

a) Calculer $P(F_{i,n})$.

b) Vérifier que $A_{n,N} = \overline{F_{1,n}} \cap \overline{F_{2,n}} \cap \dots \cap \overline{F_{N,n}}$. En déduire $P(A_{n,N})$.

c) Vérifier que toutes les erreurs sont corrigées avec une probabilité supérieure ou égale à 0,99 lorsque :

- le livre ne comporte que 3 fautes et on a fait 5 relectures.

- on a fait 9 relectures et le livre contient jusqu'à 2634 fautes!

3) On suppose maintenant que la probabilité qu'une erreur soit corrigée n'est pas la même à chaque relecture. Elle l'est avec la probabilité a (resp. b) avec le relecteur 1 (resp. relecteur 2).

a) Exprimer en fonction de a , b et N les nombres moyens d'erreurs corrigées par chacun des relecteurs.

b) Déterminer le nombre moyen d'erreurs corrigées après la relecture successive des relecteurs 1 et 2.

c) Les deux relecteurs ont chacun un exemplaire du même livre, on constate que 126 erreurs ont été corrigées par le relecteur 1, 150 par le relecteur 2 et 90 erreurs corrigées sont communes aux deux relecteurs. Estimer le nombre d'erreurs qui seraient corrigées s'il y avait eu relecture successive par les relecteurs 1 et 2. Estimer N .

2. Le travail demandé au candidat :

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.

Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1. Préciser les notions et résultats sur les probabilités mis en jeux dans cet exercice.

Q.2. Où intervient la loi binomiale dans cet exercice?

Q.3. Reformuler l'exercice en faisant intervenir une ou des variables aléatoires afin de mettre en évidence l'utilisation de la loi binomiale.

Sur sa fiche, le candidat rédigera et présentera :

- sa réponse à la questions Q.3.

- un ou plusieurs énoncés d'exercices se rapportant au thème "**Loi binomiale**".