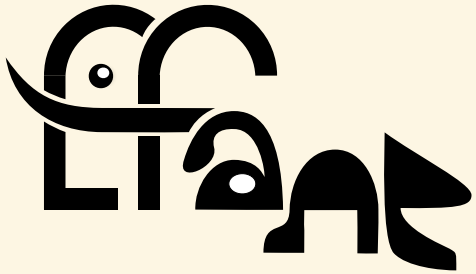
Cryptologie, la science des secrets

2020/02/05 – Bibliothèque Mériadeck, Bordeaux

Damien Robert

Équipe LFANT, Inria Bordeaux Sud-Ouest



Parcours

- Thèse à Inria Nancy ;
- Postdoc à Microsoft Research, Redmond, USA ;
- Chercheur à Inria Bordeaux.

⇒ Algorithmes en théorie des nombres et géométrie algébrique, applications en cryptologie.

Intervention

- Venez découvrir la cryptologie et ses utilisations, du chiffrement traditionnel à l'usage de l'informatique.
- Sur quels principes repose l'écriture des codes secrets ? Peut-on crypter facilement ses données au quotidien et de manière sécurisée ?

  Utiliser des logiciels libres : signal, matrix.

Sommaire

1. Les défis de la cryptologie
   - Contexte
   - Sécurité cryptographique
   - Applications cryptographiques
2. La cryptologie en pratique
   - Chiffrement
   - Échange de clé
   - Authentification

Cryptologie à clé publique

Cryptologie = Cryptographie + Cryptanalyse

Cryptographie :

- Chiffrement ;
- Authenticité ;
- Intégrité.

Applications :

- Militaires ;
- Vie privée ;
- Communications (internet, téléphones…)
- Commerce électronique…

Chiffrer et signer

```
Alice $ echo "RDV demain à 08h15" | gpg -a -e -r Bob
hQEMA5DMreYKyjmxAQf/R0wtDZQEcZjQ6GVLGdvz6kSX2l4h6hprnUb313NgdUr3
r2nPEOQE8I9+9ehkNSV3HZh+htalFZ8U4Tpd/JDZC+83gi820QQtvQcjSRtXnXfk
hx6wCMTSX+mHHl/Y3ACUQPswQsadsJsTFQkjbuevRyGIQgRyzk2muVfIB3DB4ngn
pn09OAsPAixagOxZ/KiG4ZO+VTPn5+Enp/aAEgHrRamxjkOIVh8FUnaRp6X+DFZf
xSG3ebBFwzMxF66qUPRxdCNULIsWZVdcjjD4rMMIoQwA49v4Gpr4cJuyj44QMrLw
Dxq/R8HNVTlBGs28UXC40n0l1KQ91A2n19dY/zyem9JPAc1QiziBFDL+agUtqUqE
nFfJmYzXe62Kx6TCaAQobHQe73DmTWC7/IgNmjDXYaVuJMq2KbDkxjuPzj9LUVuC
s1LOuXWf4c4nixd0ez1DoA==
=Eu4p
```

```
Bob $ gpg -d secret.asc
gpg: encrypted with 2048-bit RSA key, ID 0ACA39B1, created 2020-02-05
"Alice <alice@example.org>"
RDV demain à 08h15
```

Chiffrer et signer

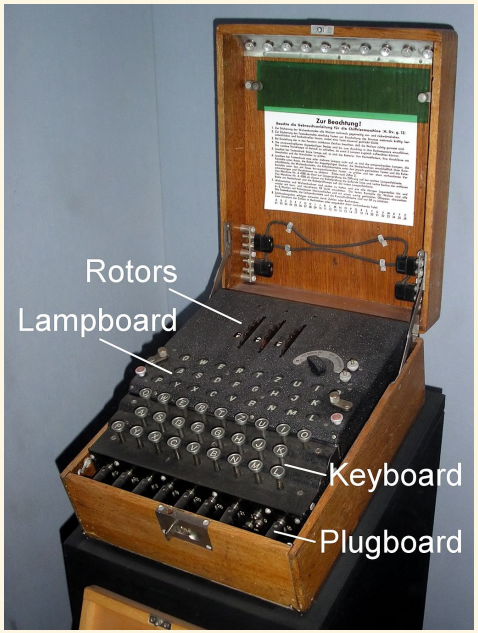
```
Alice $ echo "Je dois 1000€ à Bob" | gpg -u alice --clearsign
iQEcBAEBCAAGBQJVEv3qAAoJEBnJi1Wfvdf/XrMH/R8vmDiJFRAgQomhMuQc2VQe
/IK+yJAho90vIQycnQjmQWCHsrd4bsi53lyXUlJQKMORae7H+0SfXFZNL4tbrTl0
ruPIgRCuAGh9qGEuDds9t06yubICVXbIc+uZq7XLK9XtBKWogz6XvtVP/jRfJuUo
9ge3CsRK5gjcv0wc0jM/5aWFJFsMbGfE1alkXK49wDkIm33YfQq4Nu0WlNh+OjLd
R0Fjp9eunYjZGLaH6ZqNbyZaqvGe9r3EmAXkGdTxmj38t9G8DXVRubvGao0XEphh
wudRutW8vrSN37pT3Azv0kQ0g3iJ5v1v4HNziQEymQ70qaUnE81jFc5Xd0UIFG4=
=dqHC
```

```
Bob $ gpg -v message.asc
gpg: Good signature from "Alice <alice@example.org>" [full]
Bob $ sed -e s/1000/1000000/ message.asc | gpg -v
gpg: BAD signature from "Alice <alice@example.org>" [full]
```

Contexte Historique

- Riche histoire, chiffrement de messages depuis l'antiquité au moins ;
- Principale application auparavant militaire ;
- Dorénavant la cryptologie joue un rôle essentiel pour garantir la sécurité des communications ;
- Cryptanalyse : déchiffrement d'Énigma par le groupe Ultra (Secret) à Blentchey Park lors de la seconde guerre mondiale ;
- À la fin de la guerre, vente des machines Énigma capturées par les alliés à d'autres pays.

Contexte Historique



Exemple (Cryptanalyse d'Énigma)

- $\text{enigma}(c) = \text{plug}^{-1} \circ \text{rotor}_1^{-1} \circ \text{rotor}_2^{-1} \circ \text{rotor}_3^{-1} \circ \text{reflecteur} \circ \text{rotor}_3 \circ \text{rotor}_2 \circ \text{rotor}_1 \circ \text{plug}(c)$.
- Les rotors bougent à chaque étape.
- Le réflecteur transpose une lettre avec une lettre distincte.
- Le plug est constitué de six cables qui transposent les lettres.
- Au total $3! \times 26^3 \times 26 \cdot 25 \cdot 2423 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15/2^6 = 91470960844623600000 \approx 2^{70}$ possibilités !

$\Rightarrow$ Mais permutation de l'alphabet sans point fixe !

Protocoles cryptographiques

- Briques de base (primitives), s'appuyant sur des objets mathématiques : chiffrer un message de longueur fixé.
- Ces primitives sont combinées pour former des algorithmes/modes opératoires : algorithme de chiffrement, algorithme de signature
- Ces modes opératoires sont combinés pour former des protocoles : protocole de session TLS (chiffrement + authentification), protocole de vote
- Ces protocoles sont implémentés en logiciel ou matériel
- Puis ils sont utilisés.

Exemple : De AES à un algorithme de chiffrement

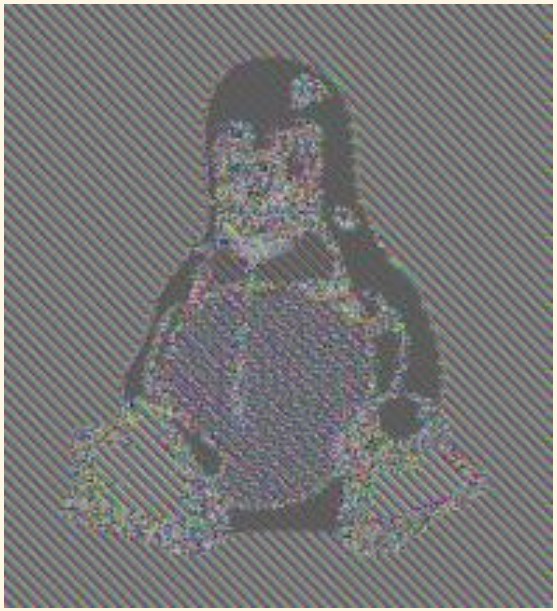
- AES permet de chiffrer un message m d'une certaine taille k ($k = 128$ bits) : $m \mapsto E(m)$;
- Comment chiffrer un message de longueur arbitraire ?
- Idée naturelle : découper m en messages $m_1 \| m_2 \ldots \| m_d$ de taille k, et poser $E(m) = E(m_1) \| E(m_2) \ldots \| E(m_d)$;

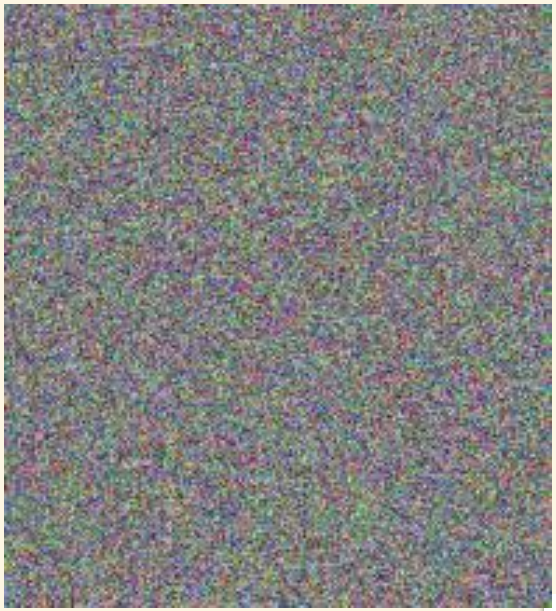
$\Rightarrow$ Le même sous bloc est chiffré de la même manière.

Exemple : De AES à un algorithme de chiffrement

- AES permet de chiffrer un message m d'une certaine taille k ($k = 128$ bits) : $m \mapsto E(m)$;
- Comment chiffrer un message de longueur arbitraire ?
- Idée naturelle : découper m en messages $m_1 \| m_2 \ldots \| m_d$ de taille k, et poser $E(m) = E(m_1) \| E(m_2) \ldots \| E(m_d)$;

$\Rightarrow$ Le même sous bloc est chiffré de la même manière.





Exemple : intégrité et chiffrement

- Comment combiner les deux briques de base que sont le chiffrement (Encrypt) et l'intégrité (MAC : Message Authentification Code) ;

- Encrypt puis MAC ?
- MAC puis Encrypt ?
- Encrypt + Mac ?

Exemple : intégrité et chiffrement

- Comment combiner les deux briques de base que sont le chiffrement (Encrypt) et l'intégrité (MAC : Message Authentification Code) ;

- Encrypt puis MAC ?
- MAC puis Encrypt ?
- Encrypt + Mac ?

Attaques et sécurité

Attaques :

- Attaques sur les briques de base (très rare) ;
- Attaques sur l'empilement des briques en algorithmes ou protocoles ;
- Attaques sur l'implémentation ;
- Attaques sur l'exécution.

Sécurité

- Briques de base : repose sur des problèmes mathématiques bien identifiés et très étudiés (difficulté de la factorisation, logarithme discret dans les courbes elliptiques)
- Preuves de sécurité sur les algorithmes et protocoles : si un attaquant peut attaquer le protocole (avec une certaine probabilité p en temps T), alors il peut attaquer une brique de base (avec une certaine probabilité p' en temps T')

Sécurité ?

- Erreurs dans les preuves
- Preuves justes mais modèle incorrect
- Modèle correct mais utilisé dans un autre contexte
- Réductions de sécurités inefficaces
- Bugs dans les programmes
- Erreurs ou backdoors matérielles (Meltdown, Spectre)
- Attaques physiques (par canaux cachés) : mesure des impulsions électromagnétiques, du bruit, du temps de calcul, des cache miss. L'attaquant a plus d'informations que juste le message chiffré !

Exemple (Attaques sur TLS)

- Protocole : Renegociation attack / Version rollback attack
- BEAST (attaque sur le mode Cipher Block Chaining)
- CRIME and BREACH (attaque sur la compression)
- Downgrade attack : FREAK (export grade cryptography), Logjam (gros précalculs)
- Bugs : Heartbleed (buffer overflow), BERserk, goto fail
- Certificats mal formés

Mitiger la perte des clés privées : perfect foward secrecy via un échange de clés éphémères par Diffie-Hellman.

Quelques applications cryptographiques modernes

- Chiffrement de groupe ;
- Mise en gage ;
- Partage de secret ;
- Preuves sans divulgation de connaissance ;
- Certificats anonymes ;
- Transfert inconscient ;
- Signature de cercle ;
- Calcul multipartite sécurisé ;
- Chiffrement fonctionnel ;
- Obfuscation.

Applications cryptographiques : Bitcoin

- Monnaie électronique décentralisée
- Fichier de transaction public (blockchain)
- Signature des transactions par une courbe elliptique
- La vérification de la blockchain (et validation des nouvelles transactions) fabrique de nouveaux bitcoins.

Applications cryptographiques : Vote électronique Belenios

- Confidentialité du vote (partage de secret)
- Addition des votes chiffrés (chiffrement homomorphe)
- Résultats corrects (preuves Zero-Knowledge)
- Validation (et confidentialité) de la liste des électeurs

L'essor du cloud computing

- Chiffrement homomorphe : l'utilisateur fournit au nuage un message chiffré $f_K(m)$ et un programme P, et le nuage renvoie $f_K(P(m))$.
  Le nuage n'a rien appris sur la donnée m, ni sur le résultat !
- L'utilisateur fournit au nuage un message chiffré $f_K(m)$ et le chiffrement $f_K(P)$ d'un programme P, et le nuage renvoie $f_K(P(m))$.
  Le nuage ne sait pas ce qu'il a calculé !

⇒ Une version faible utilise les couplages de courbes elliptiques ;

⇒ La version complète utilise des réseaux, en particulier des réseaux d'idéaux dans des corps de nombres ;

☹ Encore très lent.

Cryptographie post-quantique

- RSA (basé sur la factorisation) et les courbes elliptiques sont vulnérables aux ordinateurs quantiques ;
- Problématique pour des secrets à très long terme (50 ans) : secrets défense
- Conception de nouveaux protocoles résistant aux ordinateurs quantiques
- Diffie-Helmann : échange de clé par des opérations dans un groupe.
  Diffie-Helmann post-quantique : échange de clé par des opérations dans un graphe.

Sommaire

1 Les défis de la cryptologie
- Contexte
- Sécurité cryptographique
- Applications cryptographiques

2 La cryptologie en pratique
- Chiffrement
- Échange de clé
- Authentification

Chiffrement

Alice (Sophie Germain) 

veut écrire

à Bob (Carl Friedrich Gauss)

Chiffrement à clé secrète

Alice 

m=QUARTIQUE

clé secrète de chiffrement $K = +3$

$c = f_K(m)$

c =TXDUWLTXH est envoyé

à Bob 

c =TXDUWLTXH

clé secrète de déchiffrement $K' = -K = -3$

$m = f_K{}^{(-1)}(c) = f_{K'}(c)$

Chiffrement à clé secrète

Alice 

m=QUARTIQUE

clé secrète de chiffrement $K = +3$

$c = f_K(m)$

c =TXDUWLTXH est envoyé

à Bob 

c =TXDUWLTXH

clé secrète de déchiffrement $K' = -K = -3$

$m = f_K{}^{(-1)}(c) = f_{K'}(c)$

Chiffrement à clé secrète

Alice

m=QUARTIQUE

clé secrète de chiffrement $K = +3$

$c = f_K(m)$

c =TXDUWLTXH est envoyé

à Bob

c =TXDUWLTXH

clé secrète de déchiffrement $K' = -K = -3$

$m = f_K{}^{(-1)}(c) = f_{K'}(c)$

Chiffrement à clé secrète

- Trois étapes : création et distribution de clés, chiffrement, déchiffrement
- Avantages : simple, rapide, bien connu
- Fragilités : attaques statistiques, gestion de clés

- Le chiffrement de Vernam (One Time Pad) est inconditionnellement sûr, quelle que soit la puissance de calcul de l'adversaire.
- Attention : nécessite une clé secrète de même taille que le message envoyé ;
- Notion de théorie de l'information (Shannon) ;
- Très compliqué et coûteux à mettre en place correctement.

Chiffrement à clé secrète

	ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
A	ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
B	BCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZA
C	CDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZAB
D	DEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABC
E	EFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABCD
F	FGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABCDE
G	GHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABCDEF
H	HIJKLMNOPQRSTUVWXYZABCDEFG
I	IJKLMNOPQRSTUVWXYZABCDEFGH
J	JKLMNOPQRSTUVWXYZABCDEFGHI
K	JKLMNOPQRSTUVWXYZABCDEFGHI
L	LMNOPQRSTUVWXYZABCDEFGHIJK

Chiffrement à clé secrète

- Trois étapes : création et distribution de clés, chiffrement, déchiffrement
- Avantages : simple, rapide, bien connu
- Fragilités : attaques statistiques, gestion de clés

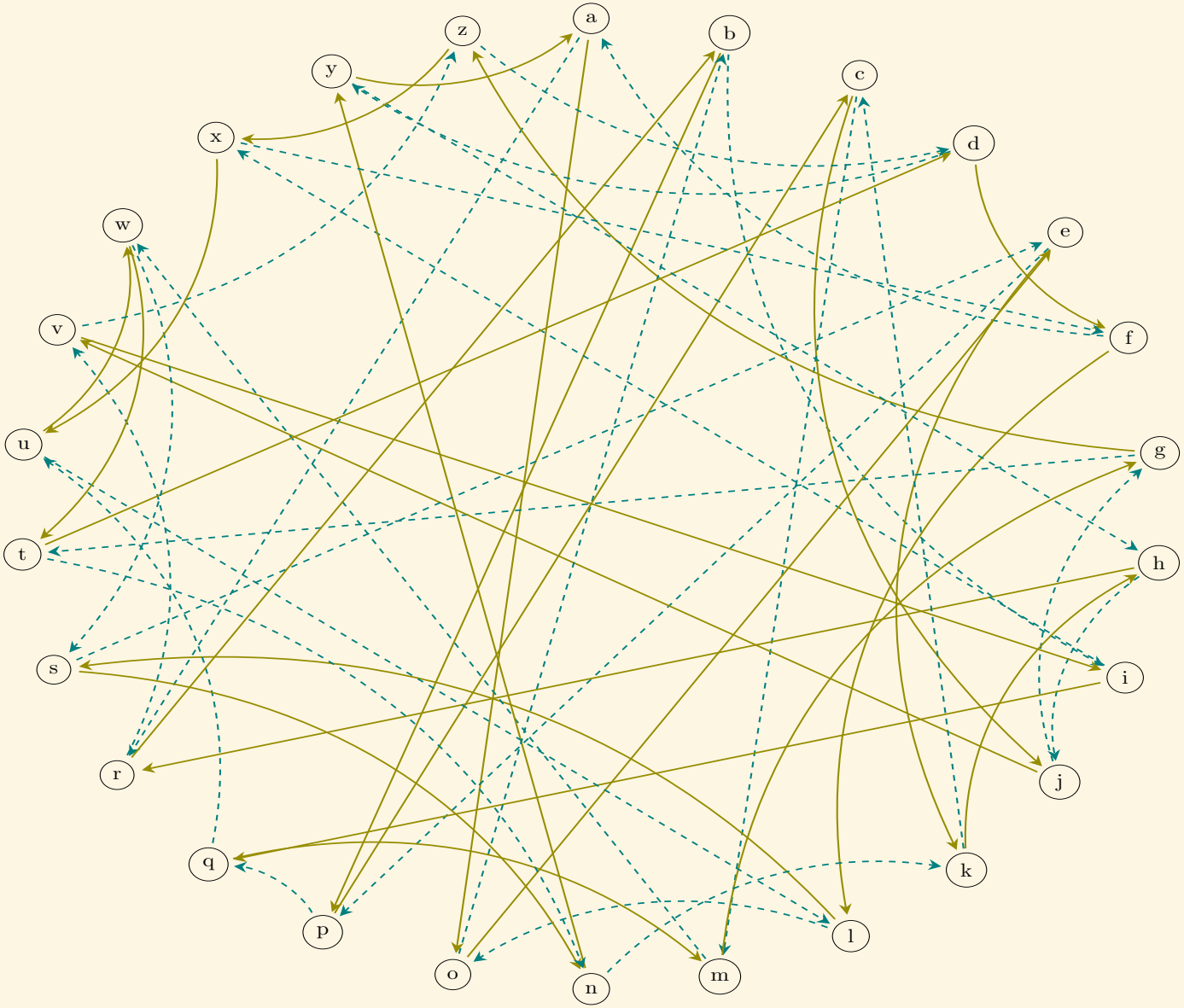
- Le chiffrement de Vernam (One Time Pad) est inconditionnellement sûr, quelle que soit la puissance de calcul de l'adversaire.
- Attention : nécessite une clé secrète de même taille que le message envoyé ;
- Notion de théorie de l'information (Shannon) ;
- Très compliqué et coûteux à mettre en place correctement.

Comment transmettre la clé secrète de manière sécurisée ?

Échange de clé

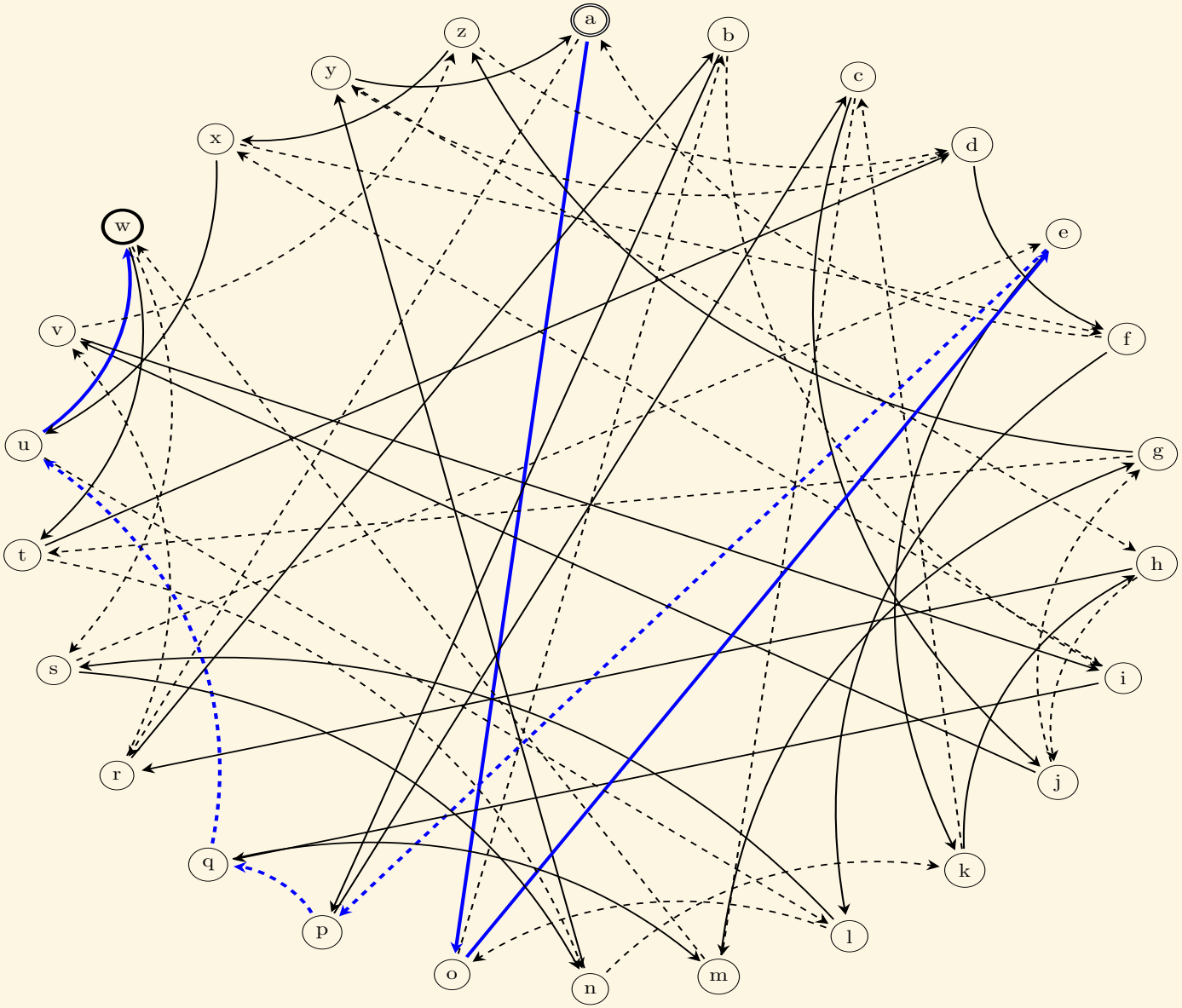
- Échanger une clé secrète commune à travers un canal public ;
- Proposé par Diffie et Hellman en 1976 ;
- Utilise des groupes ;
- Version moderne post-quantique : utilise des graphes.

Échange de clé par graphe



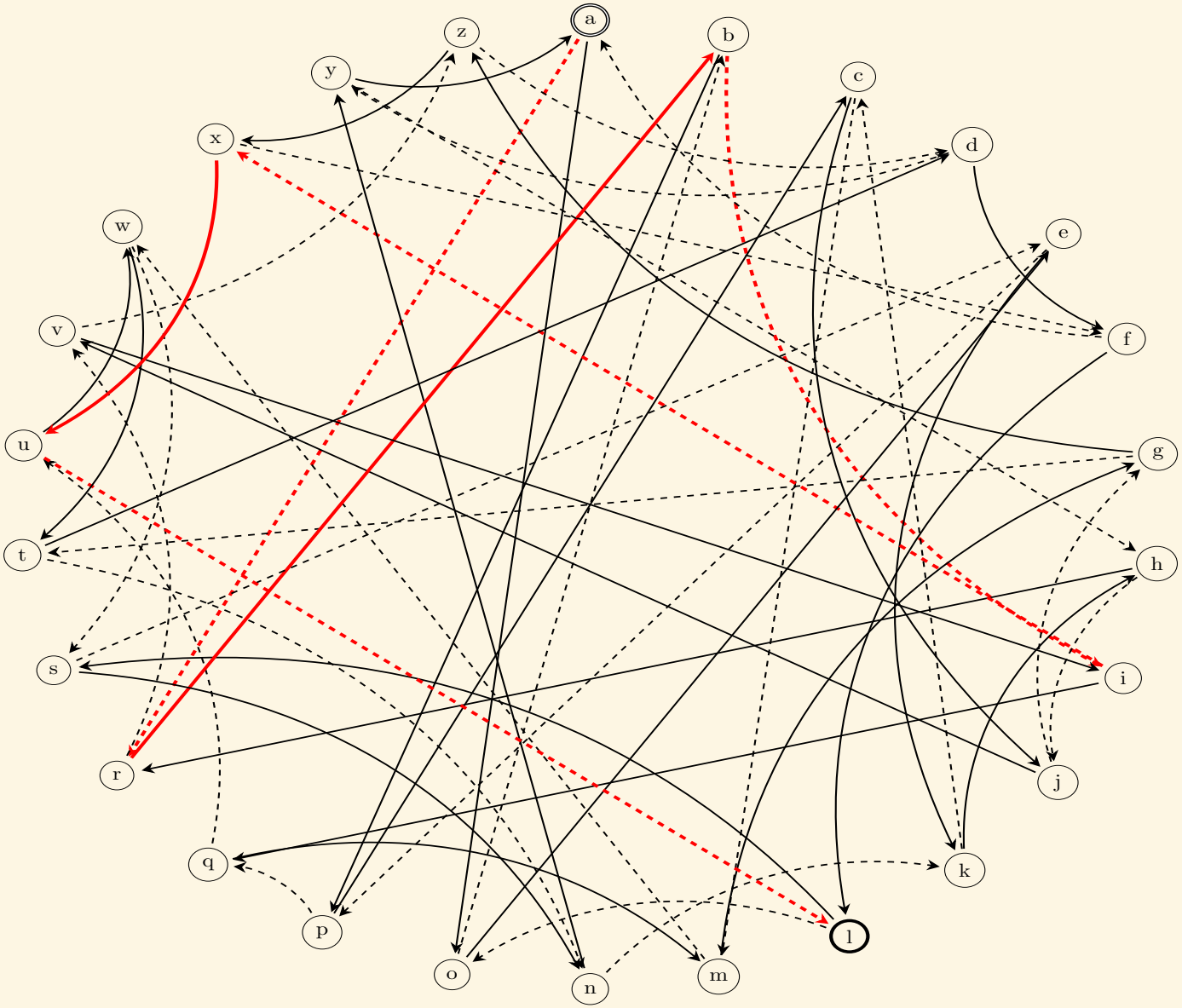
Échange de clé par graphe

Alice part de 'a', suit le chemin 001110, et tombe sur 'w'.



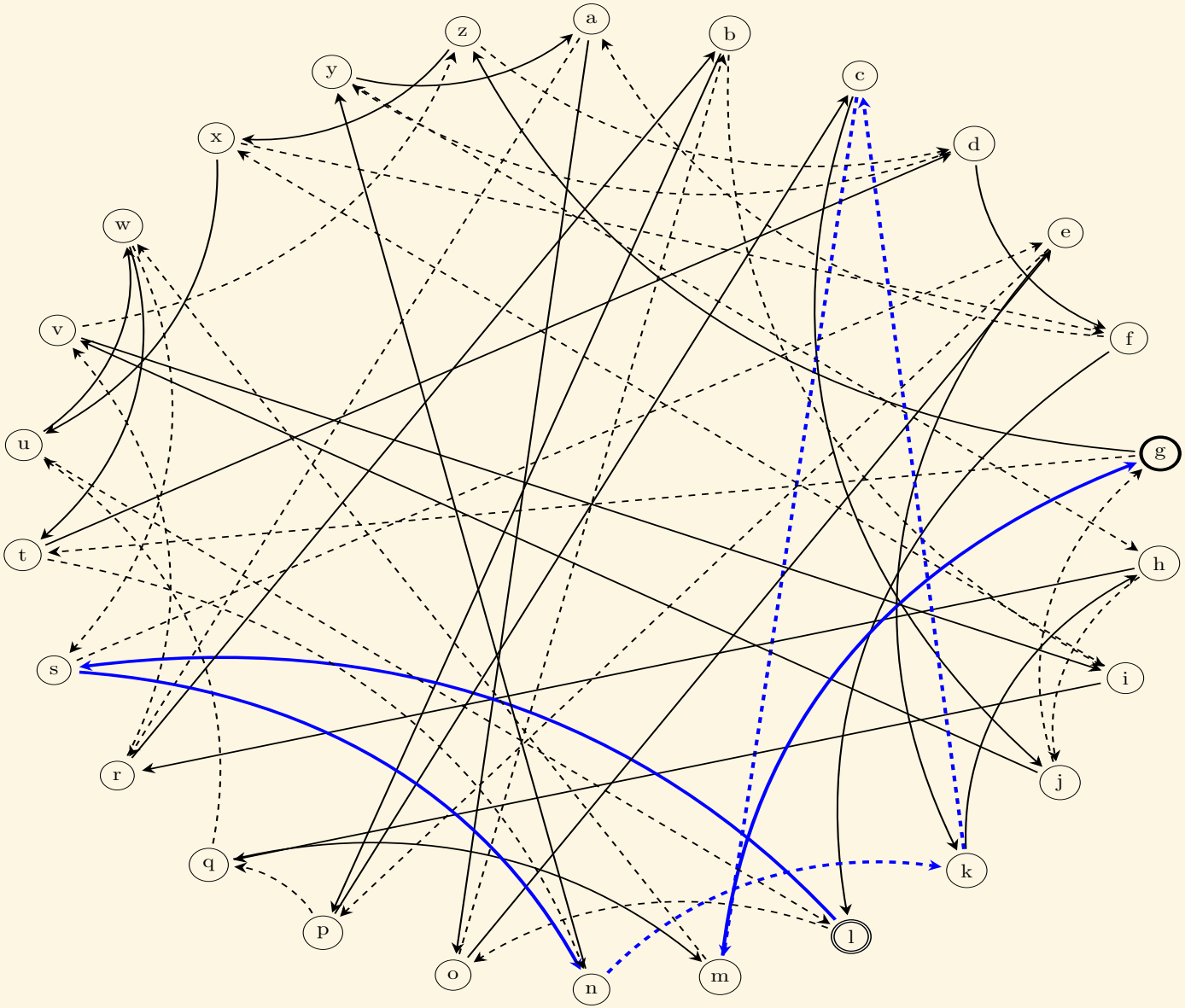
Échange de clé par graphe

Bob part de 'a', suit le chemin 101101, et tombe sur 'l'.



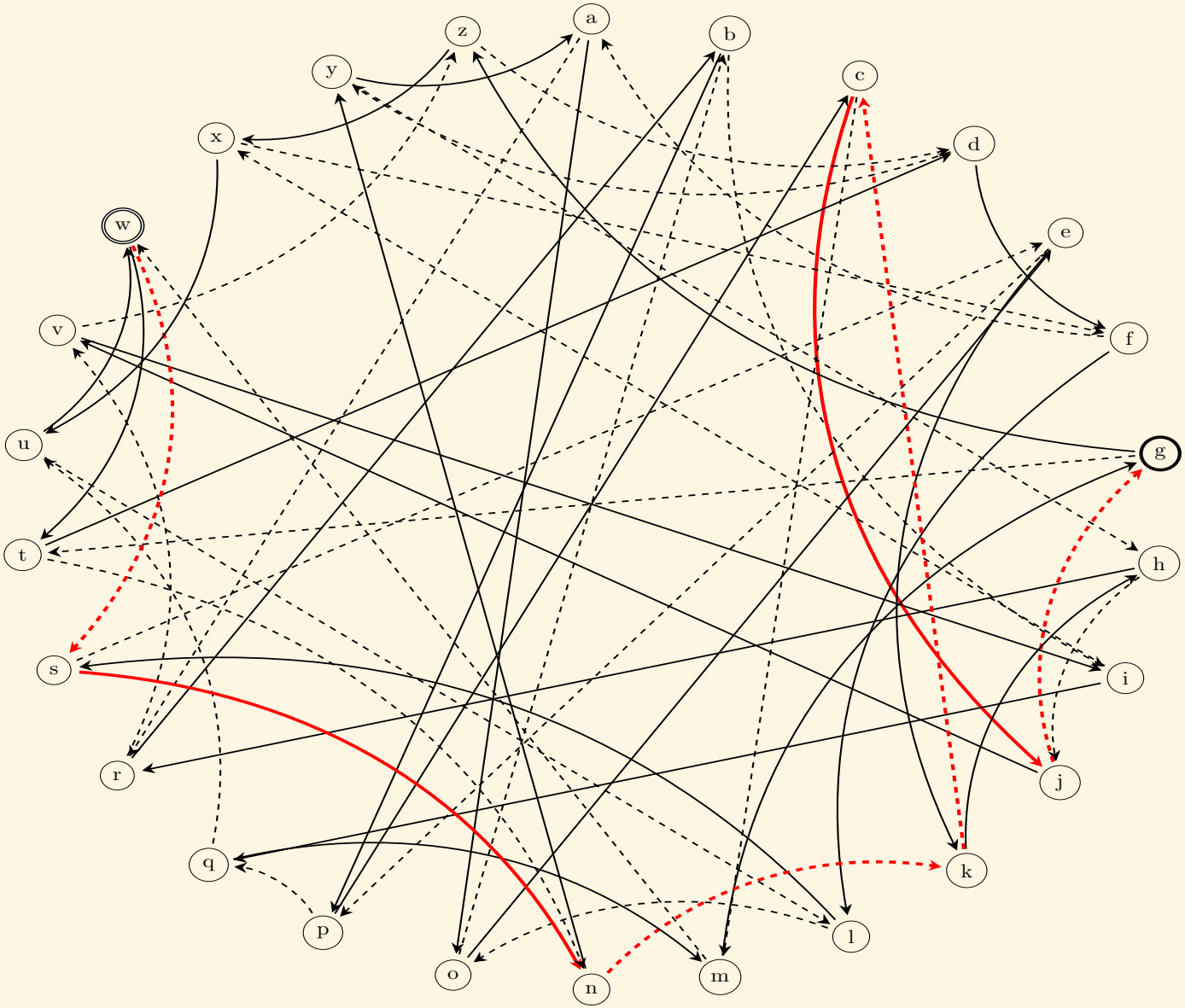
Échange de clé par graphe

Alice part de ‘l’, suit le chemin 001110, et obtient ‘g’.



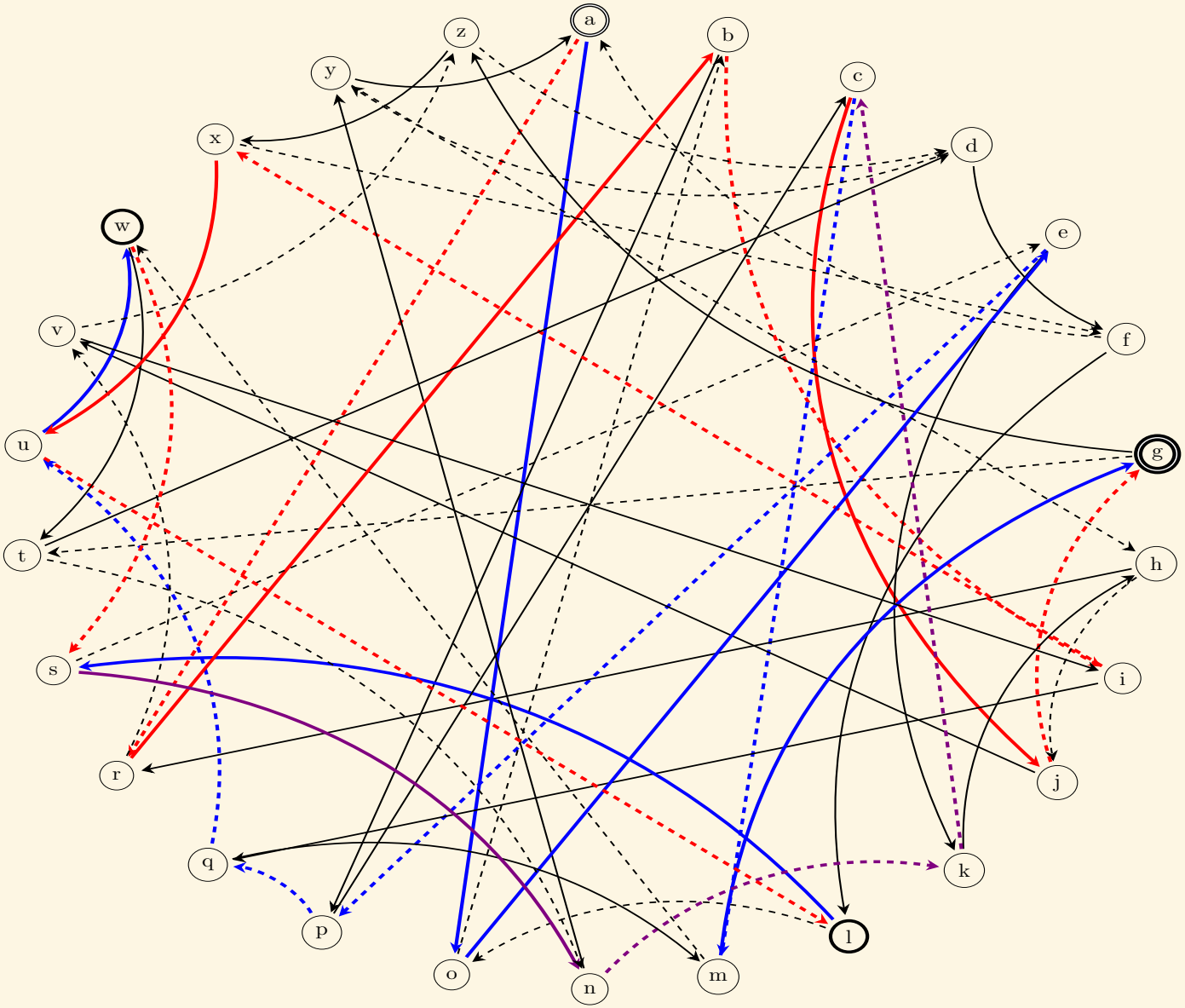
Échange de clé par graphe

Bob part de ‘w’, suit le chemin 101101, et obtient ‘g’.



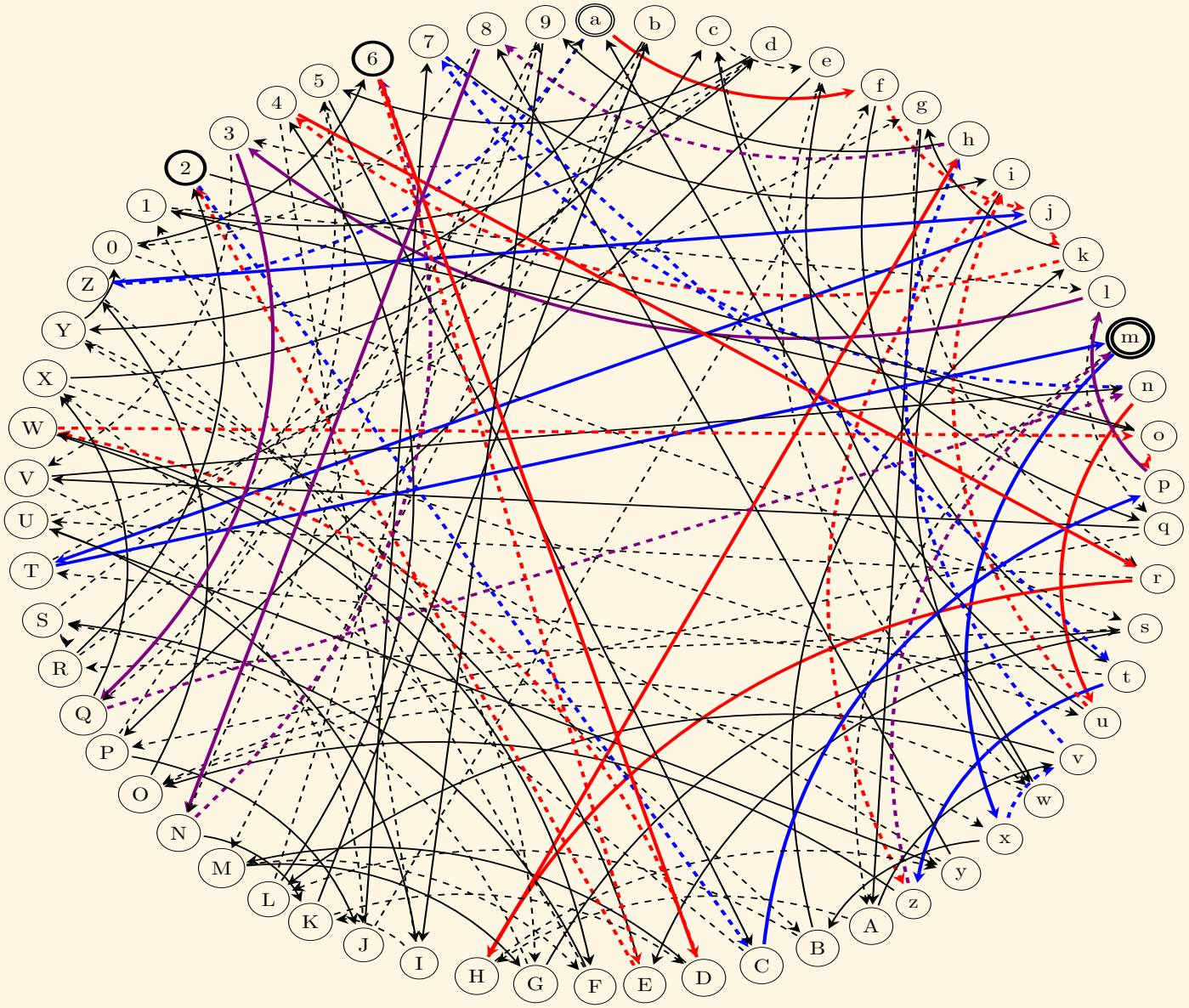
Échange de clé par graphe

L'échange de clé complet



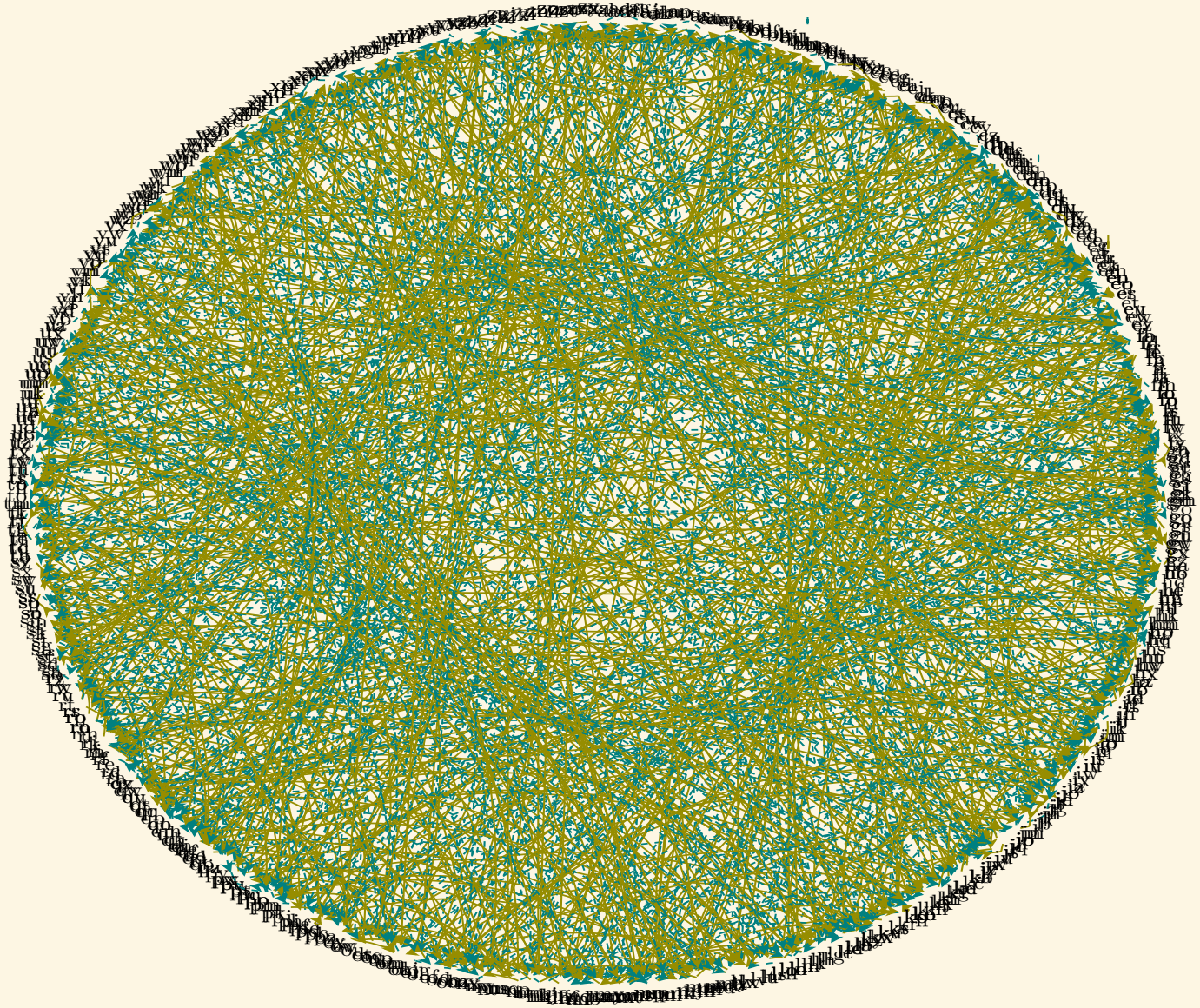
Échange de clé par graphe

Graphe plug grand (62 noeuds)



Échange de clé par graphe

Graphe encore plus grand (676 noeuds)



Échange de clé par graphe

Taille cryptographique ?

- Pour une sécurité classique de 2^{128} bits, il faut un arbre avec $n = 2^{256}$ noeuds (attaque en $\sqrt{n}$: on cherche un chemin en partant du point de départ et d'arrivée à la fois.)
- Il faut aussi que les arrêtes mélanges bien le graphe : en $\log(n)$ étapes on arrive sur un noeud « uniforme » (graphe de Ramanujan).
- Le graphe ne tient pas en mémoire...Il faut un algorithme qui à partir d'un noeud donne ses voisins.
- Pour une sécurité quantique de 2^{128} bits, il faut $n = 2^{512}$ noeuds.

Chiffrement à clé publique

Alice veut envoyer m à Bob.

Elle trouve la clé publique de chiffrement K_{Bob}^{pub} dans l'annuaire.

Elle calcule $c = f_{K_{Bob}^{pub}}(m)$

c est envoyé

à Bob

c

qui utilise sa clé secrète de déchiffrement K_{Bob}^{sec}

$m = f_{K_{Bob}^{pub}}{}^{(-1)}(c) = g_{K_{Bob}^{sec}}(c)$

Chiffrement à clé publique

Alice veut envoyer m à Bob.

Elle trouve la clé publique de chiffrement K_{Bob}^{pub} dans l'annuaire.

Elle calcule $c = f_{K_{Bob}^{pub}}(m)$

c est envoyé

à Bob

c

qui utilise sa clé secrète de déchiffrement K_{Bob}^{sec}

$m = f_{K_{Bob}^{pub}}{}^{(-1)}(c) = g_{K_{Bob}^{sec}}(c)$

Chiffrement à clé publique

Alice veut envoyer m à Bob.

Elle trouve la clé publique de chiffrement K_{Bob}^{pub} dans l'annuaire.

Elle calcule $c = f_{K_{Bob}^{pub}}(m)$

c est envoyé

à Bob

c

qui utilise sa clé secrète de déchiffrement K_{Bob}^{sec}

$$m = f_{K_{Bob}^{pub}}{}^{(-1)}(c) = g_{K_{Bob}^{sec}}(c)$$

Chiffrement à clé publique

- Trois étapes : création et publication de clés, chiffrement, déchiffrement
- Avantages : gestion de clé simplifiée, solidité mathématique
- Permet de faire des signatures, du chiffrement de groupe...
- Fragilités : plus lent, plus compliqué à implémenter

En pratique on combine les deux chiffrements : clé publique pour échanger une clé de session (secrète) qui servira à chiffrer à la volée.

Comment savoir quelle clé publique utiliser pour communiquer avec un utilisateur donné ?

Certificats

Exemple (Le certificat de Google)

```
-----BEGIN CERTIFICATE-----
MIIDdTCCAl2gAwIBAgILBAAAAAABFUtaw5QwDQYJKoZIhvcNAQEFBQAwVzELMAkG
A1UEBhMCQkUxGTAXBgNVBAoTEEdsb2JhbFNpZ24gbnYtc2ExEDAOBgNVBAsTB1Jv
b3QgQ0ExGzAZBgNVBAMTEkdsb2JhbFNpZ24gUm9vdCBDQTAeFw05ODA5MDExMjAw
MDBaFw0yODAxMjgxMjAwMDBaMFcxCzAJBgNVBAYTAkJFMRkwFwYDVQQKExBHbG9i
YWxTaWduIG52LXNhMRAwDgYDVQQLEwdSb290IENBMRswGQYDVQQDExJHbG9iYWxT
aWduIFJvb3QgQ0EwggEiMA0GCSqGSIb3DQEBAQUAA4IBDwAwggEKAoIBAQDaDuaZ
jc6j40+Kfvvxi4Mla+pIH/EqsLmVEQS98GPR4mdmzxzdzxtIK+6NiY6arymAZavp
xy0Sy6scTHAHoT0KMM0VjU/43dSMUBUc71DuxC73/OlS8pF94G3VNTCOXkNz8kHp
1Wrjsok6Vjk4bwY8iGlbKk3Fp1S4bInMm/k8yuX9ifUSPJJ4ltbcdG6TRGHRjcdG
snUOhugZitVtbNV4FpWi6cgKOOvyJBNPc1STE4U6G7weNLWLBYy5d4ux2x8gkasJ
U26Qzns3dLlwR5EiUWMWea6xrkEmCMgZK9FGqkjWZCrXgzT/LCrBbBlDSgeF59N8
9iFo7+ryUp9/k5DPAgMBAAGjQjBAMA4GA1UdDwEB/wQEAwIBBjAPBgNVHRMBAf8E
BTADAQH/MB0GA1UdDgQWBBRge2YaRQ2XyolQL30EzTSo//z9SzANBgkqhkiG9w0B
AQUFAAOCAQEA1nPnfE920I2/7LqivjTFKDK1fPxsnCwrvQmeU79rXqoRSLblCKOz
yj1hTdNGCbM+w6DjY1Ub8rrvrTnhQ7k4o+YviiY776BQVvnGCv04zcQLcFGUl5gE
38NflNUVyRRBnMRddWQVDf9VMOyGj/8N7yy5Y0b2qvzfvGn9LhJIZJrglfCm7ymP
AbEVtQwdpf5pLGkkeB6zpxxxYu7KyJesF12KwvhHhm4qxFYxldBniYUr+WymXUad
DKqC5JlR3XC321Y9YeRq4VzW9v493kHMB65jUr9TU/Qr6cf9tveCX4XSQRjbgbME
HMUfpIBvFSDJ3gyICh3WZlXi/EjJKSZp4A==
-----END CERTIFICATE-----
```

Comment faire ?

- Situations asymétriques : l'un saît l'autre pas.
- Celui qui connaît le secret a un avantage (il peut déchiffrer, il peut se prouver).
- Mesurer cet avantage : théorie de la complexité algorithmique.
- S'appuyer sur des problèmes difficiles.

La thèse de Turing-Church

Alan Turing

Alonzo Church

Tests de primalité

Savoir si un entier P est premier.

Pierre de Fermat

Agrawal, Kayal et Saxena

$$T = n^{6+\epsilon(n)}$$

où n est le nombre de chiffres décimaux de P.

Factorisation

Théorème fondamental de l'arithmétique.

Euclide

Carl Friedrich Gauss

$N = \prod_{1 \leq i \leq I} p_i^{e_i}$.

Factorisation

Hendrik Lenstra

Brigitte Vallée

Factoriser un entier N prend un temps $T = \exp(\sqrt{n})$ où n est le nombre de chiffres décimaux de n. (Algorithme heuristique : $T = \exp(n^{1/3})$)

Asymétrie

$$(p,q) \rightarrow N = pq$$

$$(p,q) \leftarrow N = pq$$

Asymétrie

- En décembre 2009, Thorsten Kleinjung et une dizaine de collègues ont factorisé un nombre de 232 décimales.
- *The sieving, which was done on many hundreds of machines, took almost two years.*
- Calculer le produit de deux nombres de 116 décimales prend 8 millionièmes de secondes sur mon ordinateur portable.

Protocole RSA

Rivest, Shamir et Adleman

Protocole RSA

- Soit $N = pq$ un produit de deux grands nombres premiers ;
- Soit e premier à $\phi(N) = (p-1)(q-1)$ et d l'inverse de e modulo $\phi(N)$;
- Chiffrement : $x \mapsto x^e \mod N$;
- Déchiffrement : $x \mapsto x^d \mod N$;

Théorème (Petit théorème de Fermat)

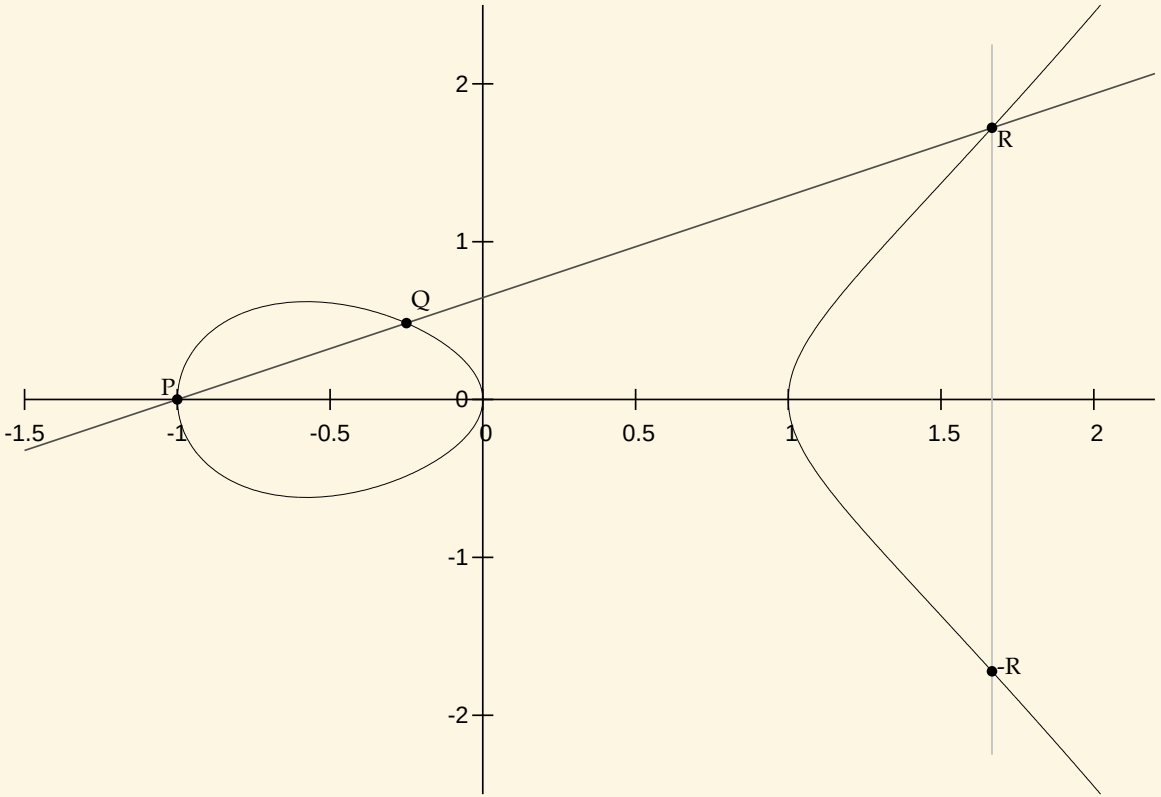
$x^{\#(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^\times} = 1 \mod N.$

Les courbes elliptiques

Définition (char $k \neq 2,3$)

Une courbe elliptique est une courbe plane d'équation

$$y^2 = x^3 + ax + b \qquad 4a^3 + 27b^2 \neq 0.$$



Exponentiation :

$$(\ell, P) \mapsto \ell P$$

Logarithme discret :

$$(P, \ell P) \mapsto \ell$$

ECC contre RSA pour 128 bits de sécurité

- ECC (Curve25519) 256 bits :

```
AAAAC3NzaC1lZDI1NTE5AAAAIMoNrNYhU7CY1Xs6v4Nm1V6oRHs/FEE8P+XaZ0PcxPzz
```

- RSA 3248 bits :

```
MIIHRgIBAAKCAZcAvlGW+b5L2tmqb5bUJMrfLHgr2jga/Q/8IJ5QJqeSsB7xLVT/
ODN3KNSPxyjaHmDNdDTwgsikZvPYeyZWWFLP0B0vgwDqQugUGHVfg4c73ZolqZk6
1nA45XZGHUPt98p4+ghPag5JyvAVsf1cF/VlttBHbu/noyIAC4F3tHP81nn+lOnB
eilEALbdmvGTTZ5jcRrt4IDT5a4IeI9yTe0aVdTsUJ6990hpKrVzyTOu1eoxp5eV
KQ7aIX6es9Xjnr8widZunM8rqhBW9EMmLqabnXZItPQoV3rUAnwKzDLV7E56viJk
S2xU5+95IctYu/RTTbf3wTxnkDOqxId0MONHyBJsukXgYKxVB1fWhBKZ4tWui1gw
UCIiKTqLml2zJhLn4WovaxrvvTx0082S0xncEfYDXYu4xbRnJn+ZsTTguqufwC1M
U4MYRdWy7uj+H1EmIGul69Fw9NkuCitWI9dFpcDtSP+/1eEN7wc2FlxhDIRwer0F
6I1P4StWn1uQyHzsTLVdcP+rqA1AsvbWBCKL4ravEO2CEQIDAQABAoIBllWt5YoJ
YZzk4RXbkSX/LvmWICfdmkjTKW6F1w+P4TnotCr0WPG0ObDoANJoUcnbSqNGMgCu
01SF8q9+UuDwZx4KBZm0j8IPOPzJ2nYcK5dYDhyMHzDq1LJ4zJfgPQGQ5WWq2BWm
2RHDhADdTth6YZArs/z9hAqtA9gqMPnMPcdQpIvlsHSOn06zBJD8sJQA+kOxG+Y2
GS8NakLcUVlDpNd/Q+QHkv4AW1ge2EF8QvmKtU/9rekOBqWNm2Tapd6RtAhZwPJX
UhD9yiesTF6rjZ1ZcMGXUaN5Rt0zD3D4zowRz2JLtCe4GkiJmtc3waN6hu1IaIqz
boI11evqnbatqnC4rCq8sf21yZqaLUIbwH4lW2G3K8xMJNh3iy8cgHTYneNYa+/d
7xyNWlMO9SKlHsyaPcWv98BdD+At0x/6R6YPYkeR+qXJ9ETGFKW4U6iNbBQXOMbh
kZb1Ry8vfMH8vsYIzh8Edg6aq00ScU57KiDS/Gc8KuqI6vmf2leCdCa487kVCgw6
cGXQ2bLZGYBiMZFfOOlpCQECgcwA5ZUh3/8yS0duNhsDz3sgC2u40HwHUbxuSOUa
a5t4CoUY9iuF7b7qhBEcvdLgIOiXA5xo+r4p0xgbLvDUTsRR1mrDM2+wRcjjwXcW
pFaMFRl2Rr72yLUC7N0WNcoUshrNL4X/1j8T4WLRcannpXcor+/kn1rwdLEbRCC+
zRTAdJlgMPt4kwJeHtE9Mzw2/O3GX3MeLvzvJklzvpCGw20N/2Yqjs++V5hXoHPs
21y6y6/FV097dvFctf7NahS04JsjubfnjOMx89AUNZsCgcwA1DfabCGJSCkmQ+mg
2q9lDPJz6r29wmBtYyT20oZ2kd4QBHrOp0t59yG4bvdRqcZG/Dr5LjuVDWMPyetV
dksK7hVYQz2B7Nzy7W3waPVrhA0N4fqbIFGxih5QiSFG7/oroZ8PdZDcfVRKroh1
/JJ7rIz/ZBQCLRS5t7/G2B0kBDOMMM+02wR60CTmxUhmgvsoDZWRp5KKha5PSvZa
WAu2CN3mXNK72RLF3RFUvuhNYnkOEj5Oau1RaGgpZoB0JTKYI9nffbe8up+DV8MC
gcwA18be28Ti5FXyg+/IGQ3EBHfucCTiTDQqA2Ew/8pTfK+z0kr9yYISsKXUuaSk
+skghkhPcrugW8LgabH4GT/zGu+lH4btyekSBxeCtFqTtpED1WJOWD2ozi7NXSjd
YrhF+VCcMCWA7ekOqSHjkmT4XMO/wPab4VFEKzgLnHzQlcZB3ke7/4/OHnDScIE7
vWVNeRCdYdRggT+wBX+Y6bxp142Smj8uyu1oDmpmR5ZUCnTdqT4O8K/RT0x4jCeC
CUhGv5rVillO7bS4CdkCgctXvnQwCzmwvVrV744TfTuhu8lTwHnqGWaA/LKU3wW9
T/x9ba1uHFXkaWvRba61LIcDGPsYM4hwTYokqYnfbC2rvOWOf6rtnXlP1An3y6lV
ovQfgDeNiFmIyvnviPPEm0JZA+QnburLYwOx4DgwYvyBnpal8WPo8c3L/J4hkwLm
Pc30DJ0xhUumLevAnCvOcjvgSfw8NenSVfzw+KToDIeKaP0rWfJTUWDAA79vY6tD
UNwRjPNtYIwtSAv+FpRvINko0ZeHamW9H+D1cwKBy2euc93qruYDtFej/biGSA5D
```

Identification par mot de passe

Alice 
mot de passe d'Alice BELOTE

BELOTE est envoyé


à Bob
mot de passe de Bob REBELOTE

REBELOTE est envoyé à Alice

Identification par mot de passe

- Alice et Bob doivent convenir d'un mot de passe secret partagé (question secrète)
- Avantage : simple
- Fragilités : risque de réutilisation e.g. par un tiers, gestion de mots de passe

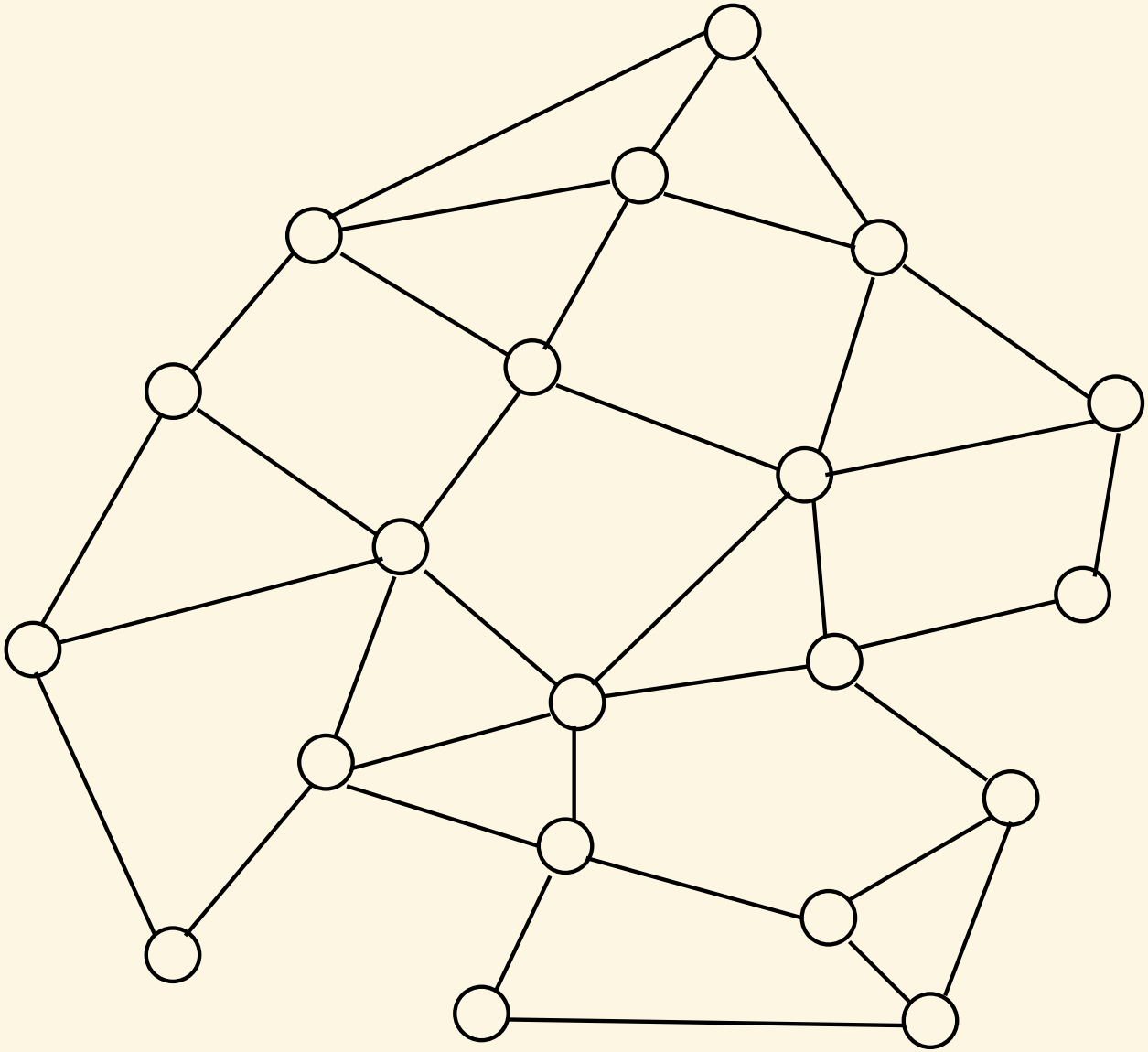
Identification sans divulgation de connaissance

Alice connaît un secret S_{Alice}

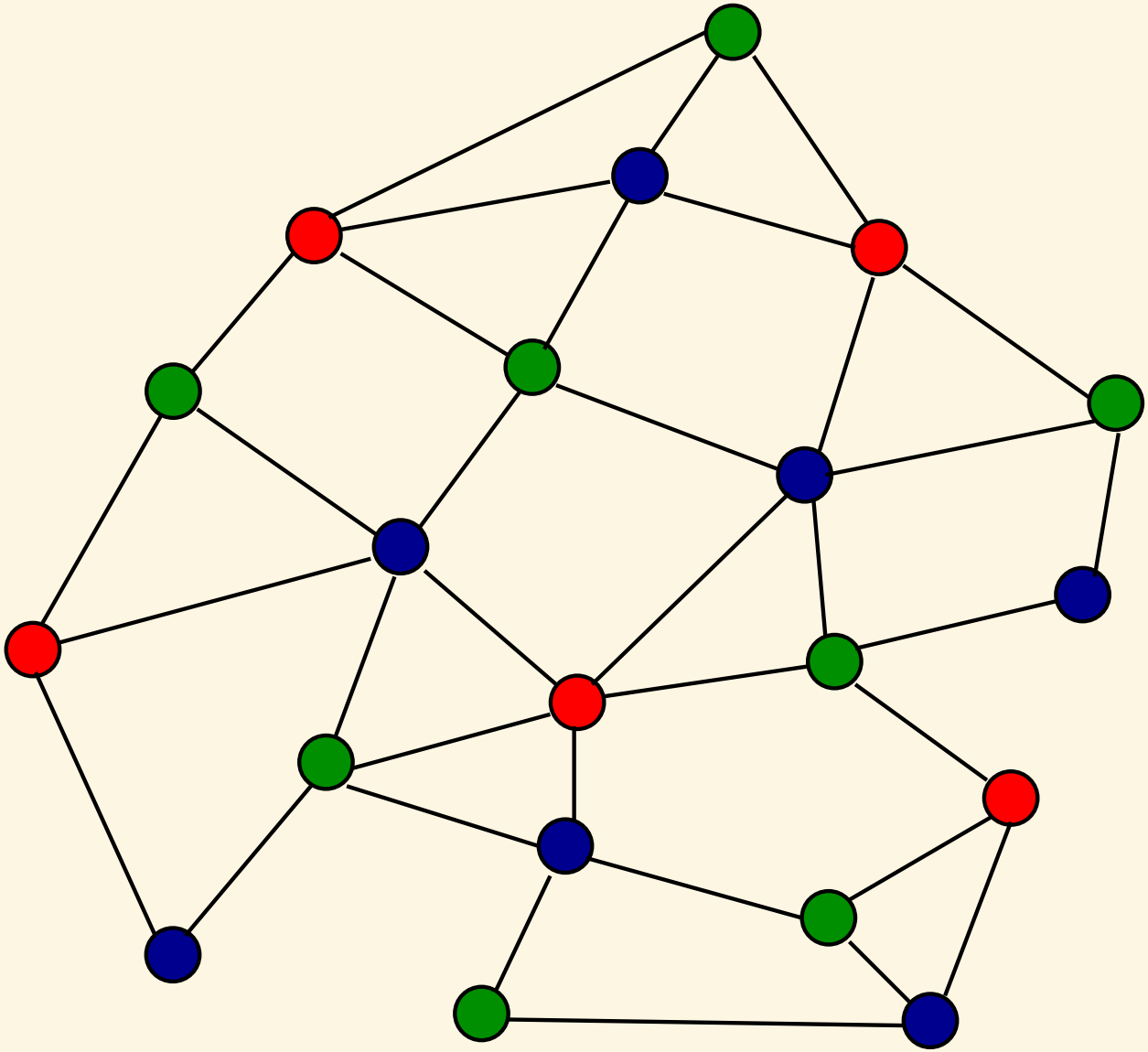
Bob interroge Alice et se convainc qu'elle connaît bien le secret.

À la fin de l'échange, Bob n'a rien appris sur ce secret !

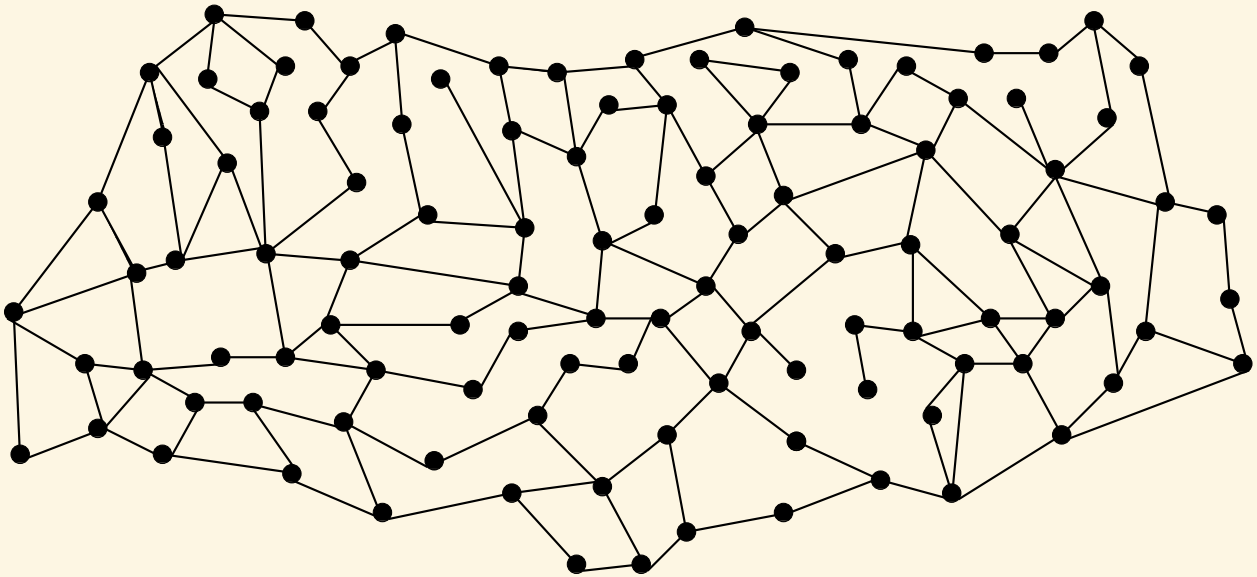
Coloriage de graphe



Coloriage de graphe



Coloriage de graphe

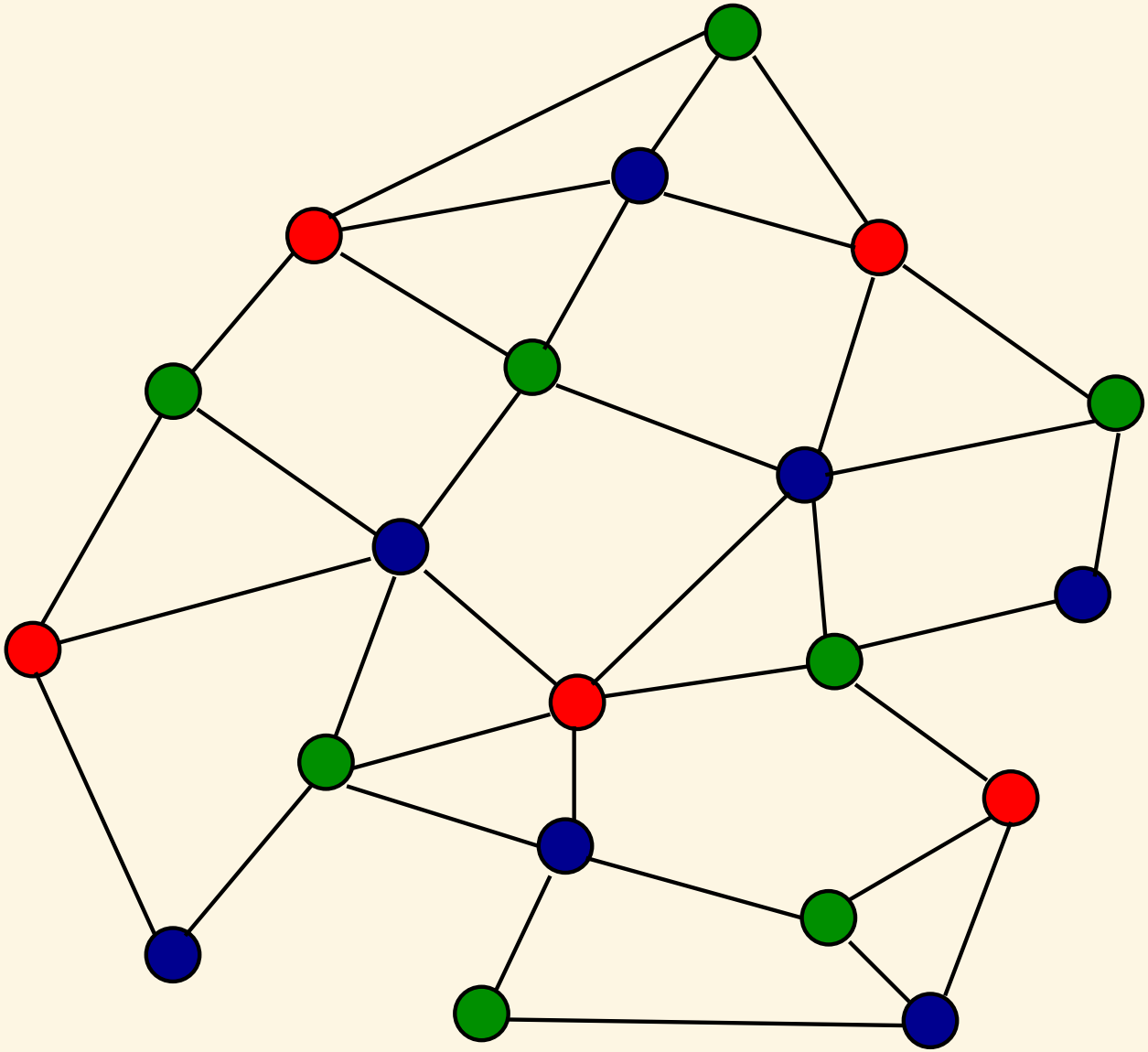


Zero Knowledge Proofs

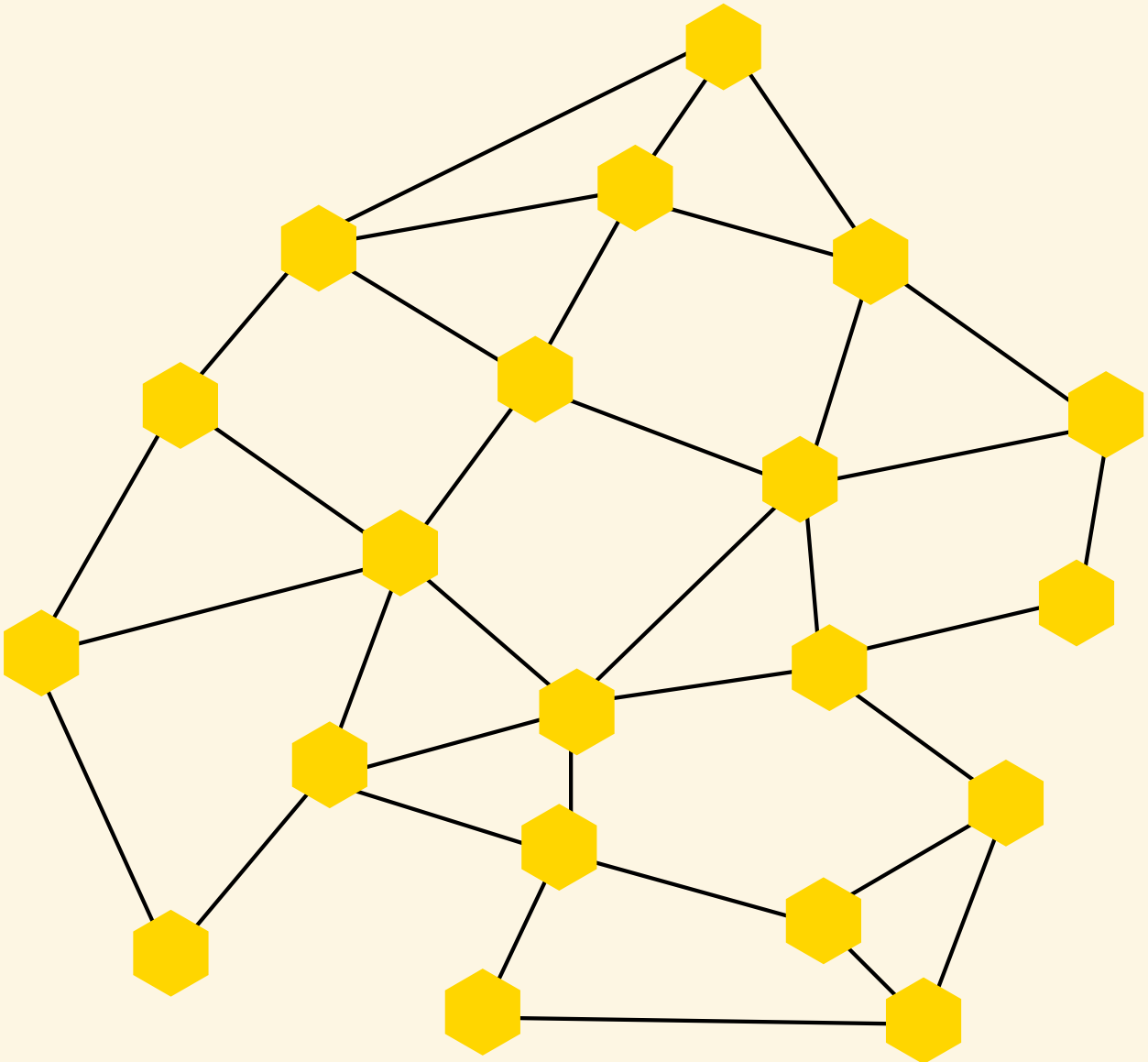
Shafi Goldwasser (1981)

Oded Goldreich (1991)

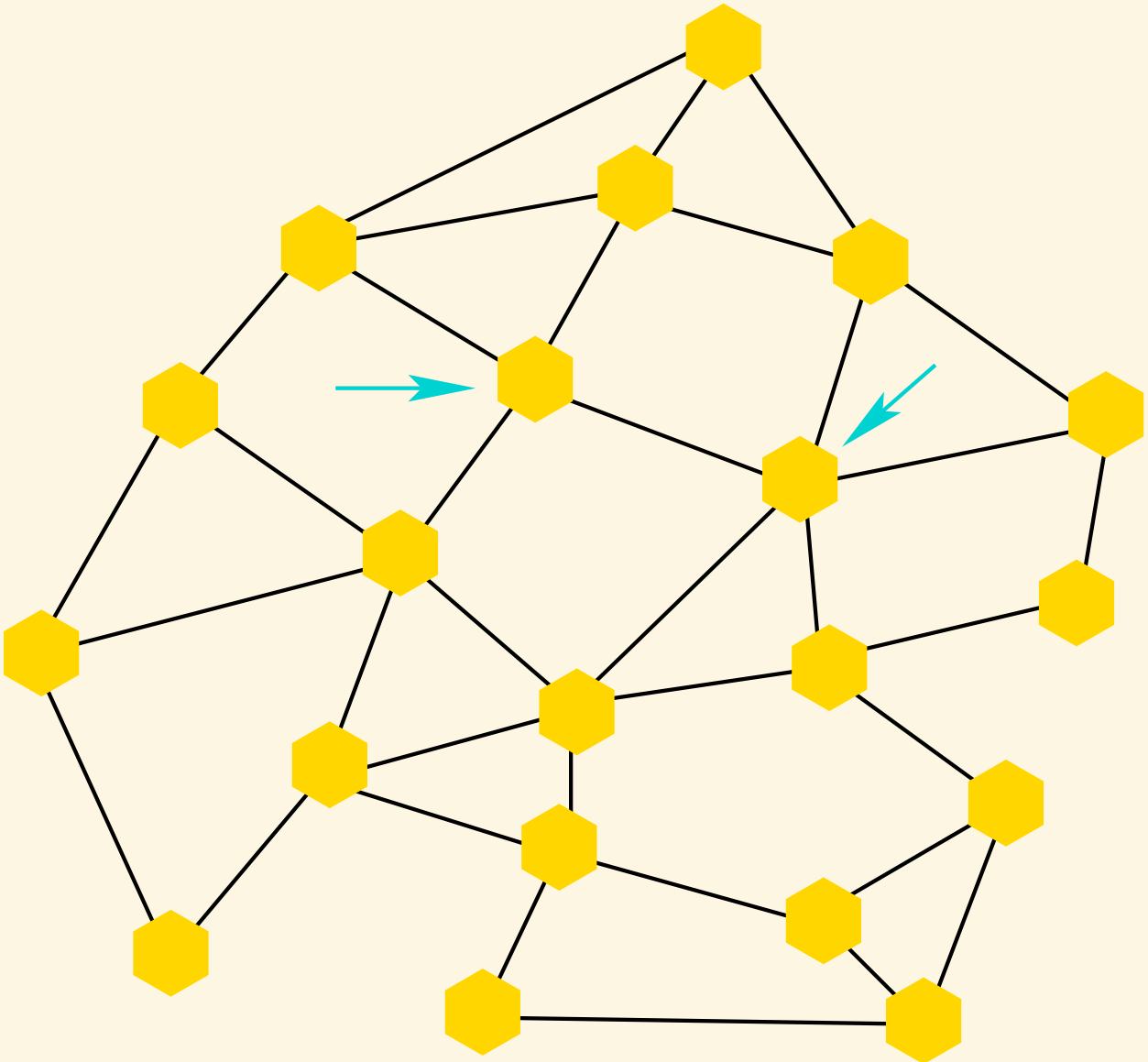
Le coloriage d'Alice (secret)



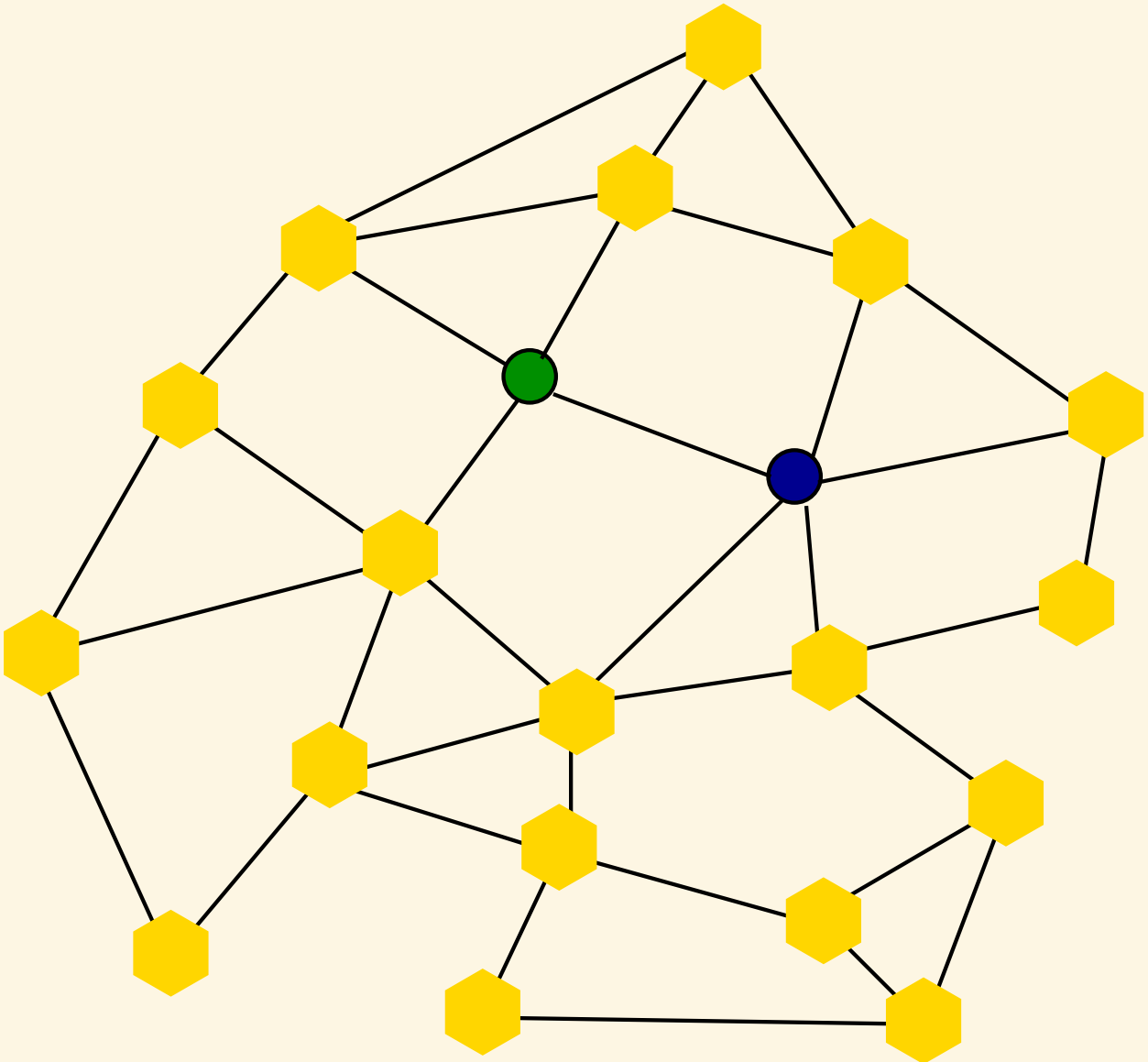
Le coloriage d'Alice caché



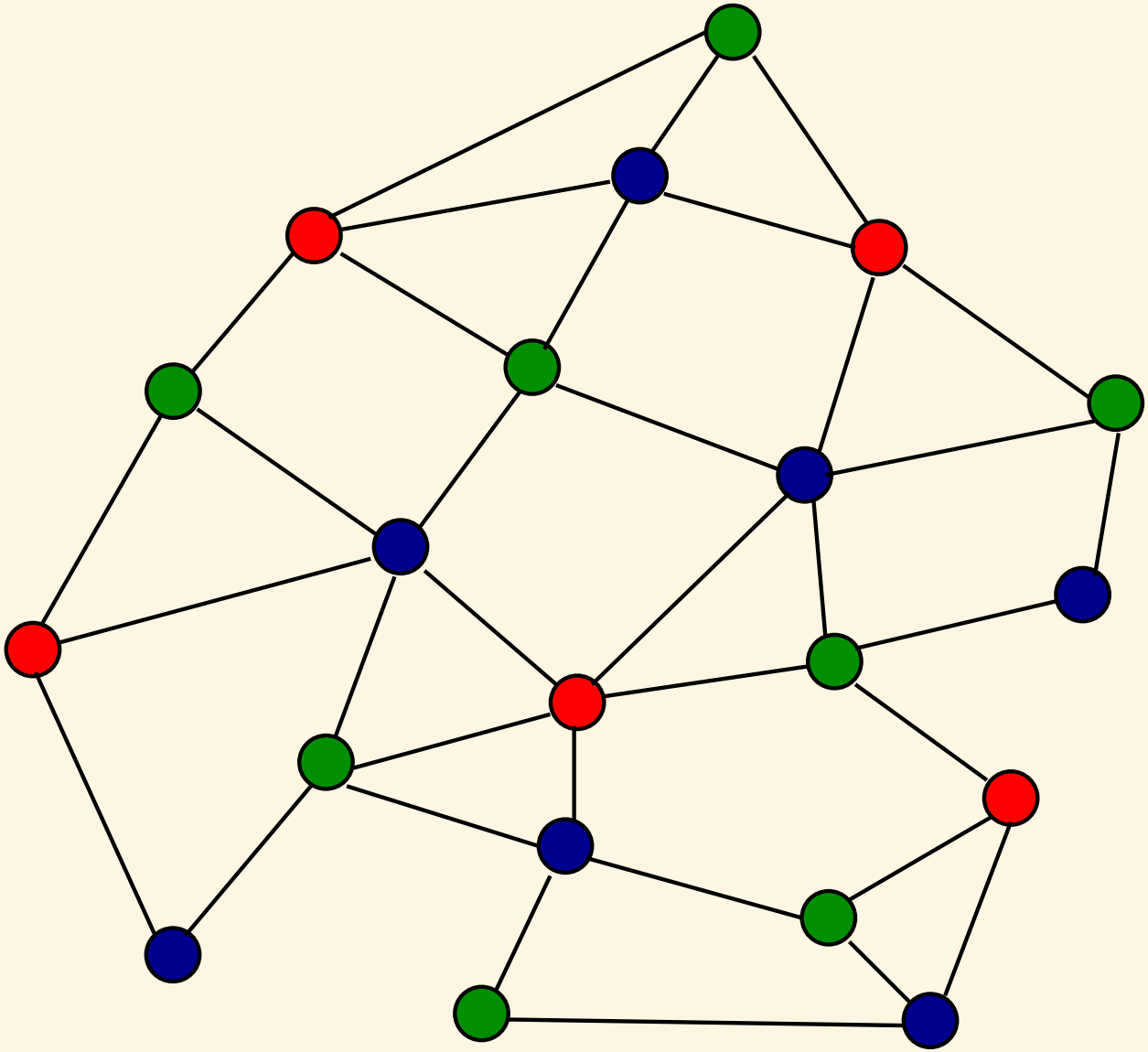
La question de Bob



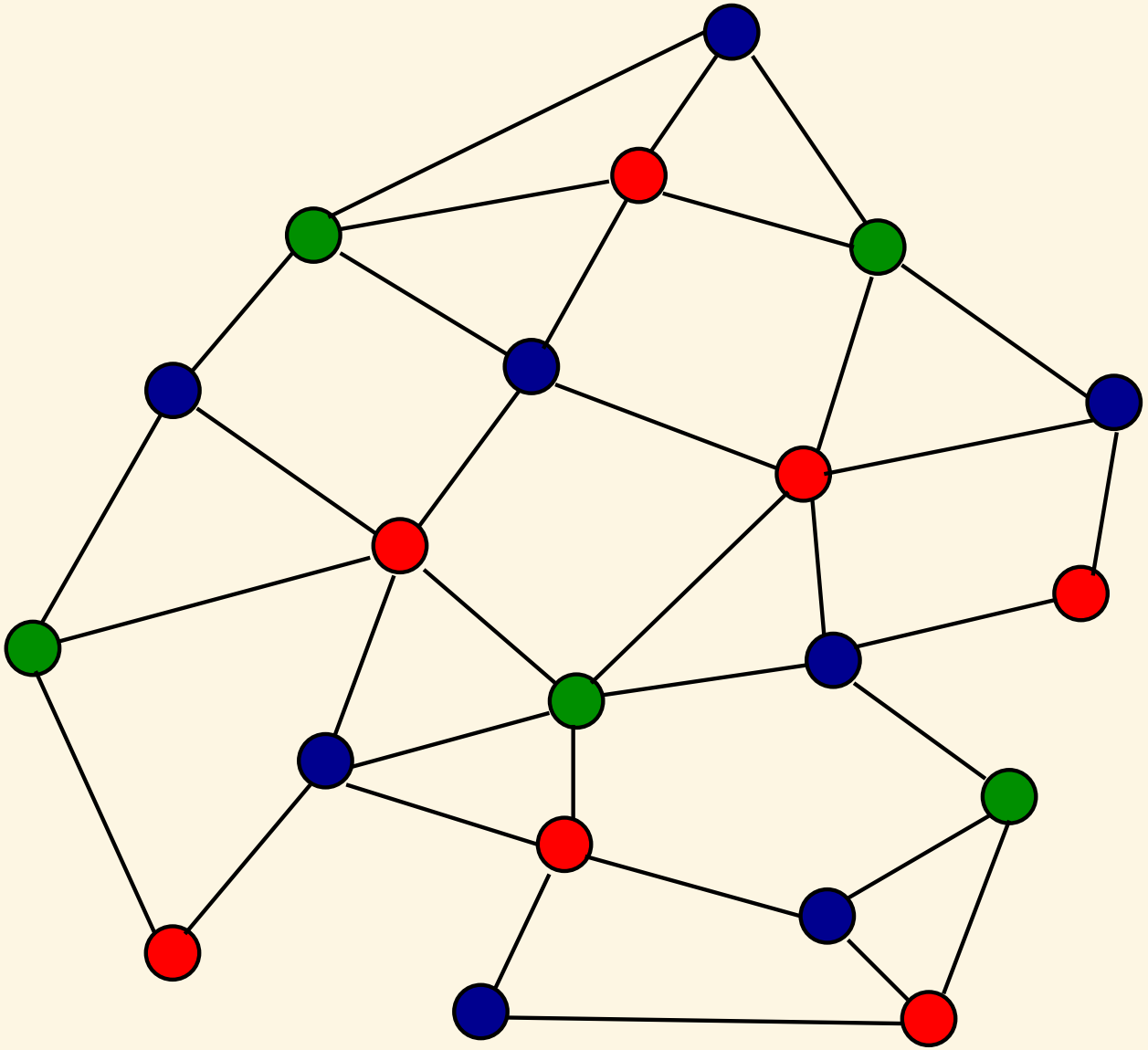
Dévoilement



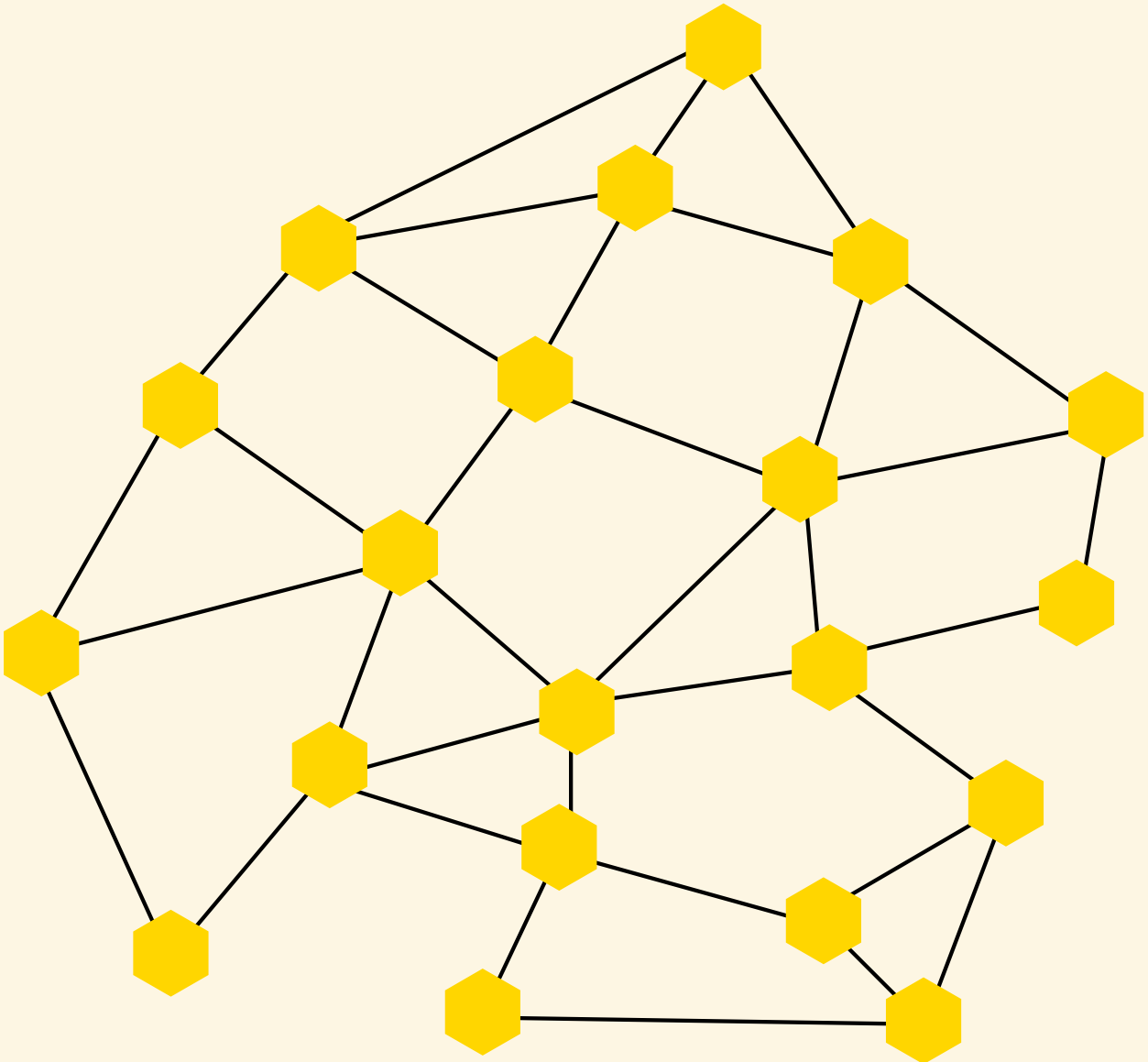
Le coloriage d'Alice (secret)



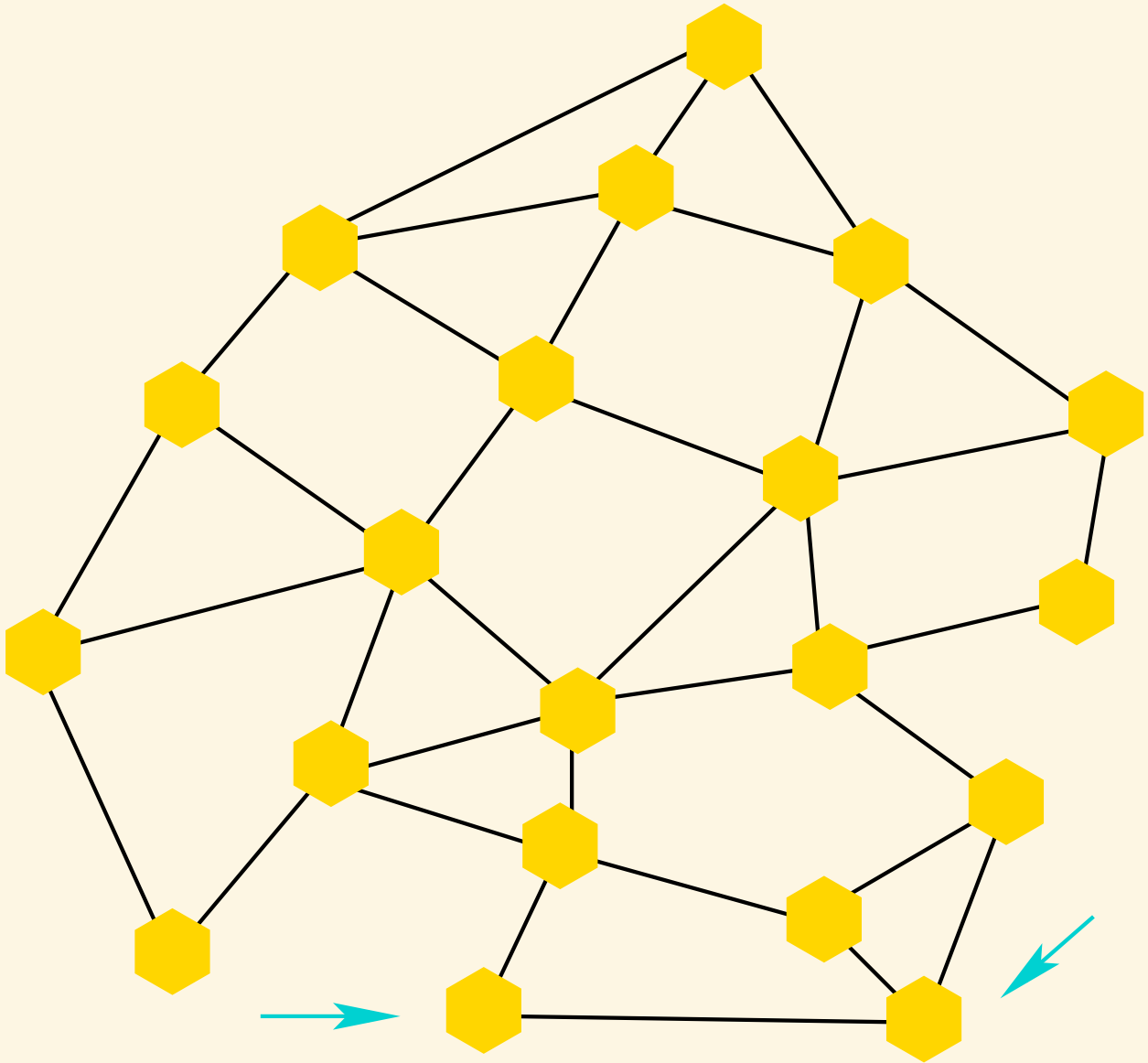
Le coloriage d'Alice permuté



Le coloriage d'Alice caché



La deuxième question de Bob



Dévoilement