Algèbre linéaire — Année 2018-2019

Test 1 - 20 min

NOM Prénom :

1) Donner la définition d'un morphisme de groupe $\phi : G \to G'$.

3) Quel est le sous-groupe de $\mathbb{Z}$ engendré par -2 ?

4) Quel est l'ordre de $\overline{3}$ dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$?

5) Montrer que si k est premier avec n, $\overline{k}$ est inversible pour la multiplication dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

6) Soit $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 1 & 4 & 6 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix} \in S_8$.

— Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de σ.

— Donner σ^{-1}.

— Ecrire σ comme produit de transpositions.

— Calculer la signature de σ.

— Calculer l'ordre de σ.

— Calculer $\sigma^{100000000000000001}$.

7) Bonus : $\mathbb{Z}/n!\mathbb{Z}$ et S_n sont-ils isomorphes ?