
 DISVE Licence	ANNÉE UNIVERSITAIRE 2009/2010 DEVOIR SURVEILLÉ TERMINAL PARCOURS : SVTE UE : SVE 100 Epreuve : SVE 101 Mathématiques 1 Date : 15 janvier 2010 Heure : 14h00 Durée : 1h30 Documents non autorisés. Calculatrice Bordeaux 1 autorisée. Epreuve des enseignants de SVE 101	 Département D L Licence
--	---	---

Les exercices proposés sont indépendants. Les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1.

On considère l'équation différentielle

$$(E) : y'' + y' - 6y = -10e^{-4x}$$

- 1) Donner l'équation caractéristique et résoudre l'équation homogène associée.
- 2) Trouver une solution particulière de (E) .
- 3) Donner l'ensemble des solutions de (E) .
- 4) Déterminer la solution de (E) satisfaisant $y(0) = 0$ et $y'(0) = 0$.

Exercice 2.

Soit a un réel positif. On définit la fonction f par

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x & \text{si } x \in [0, \pi] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- 1) Déterminer la valeur de a qui fait de f une densité de probabilité.
Dans ce qui suit, on considère une variable aléatoire X de densité f .
- 2) Calculer $P(\frac{\pi}{2} < X < \frac{3\pi}{2})$.
- 3) Calculer l'espérance de X .

Exercice 3.

Le nombre d'accidents par semaine sur une autoroute suit une loi de Poisson de paramètre 6.

- 1) Calculer la probabilité de n'avoir aucun accident au cours d'une semaine.
- 2) Calculer la probabilité qu'au moins un accident se produise au cours d'une semaine.
- 3) Sachant qu'il y a eu au moins un accident au cours d'une semaine, calculer la probabilité qu'il y ait eu exactement 2 accidents.

Tournez la page .../...

Exercice 4.

Un jeu de grattage consiste à gratter exactement 2 cases d'une grille de 9 cases.

1) Décrire un modèle probabiliste adapté à cette expérience, c'est-à-dire donner un univers correspondant à cette expérience et la probabilité choisie.

L'une des cases porte la mention "2", une autre la mention "doublement du gain", les 7 autres cases portent la mention "0". Le joueur gagne 2 euros s'il a découvert la case portant la mention "2" et une case portant la mention "0", il gagne 4 euros s'il a découvert la case portant la mention "2" et la case portant la mention "doublement du gain", il ne gagne rien dans les autres cas.

2) Avec quelle probabilité le joueur ne gagne-t-il rien ?

3) On note S la somme gagnée par le joueur. Déterminer la loi de probabilité de S .

4) Calculer l'espérance de S .

5) Le prix d'une grille est de 1 Euro 50. Quel est le bénéfice moyen du vendeur pour chaque grille vendue ?

Exercice 5.

On considère un lot de tubes à essais. A chaque tube, on associe 2 variables aléatoires notées D et H ; D représente son diamètre et H sa hauteur en mm . On suppose que :

- D suit la loi normale de moyenne $\mu_D = 19,7$ et d'écart-type $\sigma_D = 0,4$

- H suit la loi normale de moyenne $\mu_H = 200$ et d'écart-type $\sigma_H = 6$.

On suppose que les variables aléatoires D et H sont indépendantes.

1) Calculer la probabilité qu'un tube à essais ait un diamètre d'au moins 20 mm .

2) Calculer la probabilité qu'un tube à essais ait une hauteur supérieure à 190 mm et inférieure à 210 mm .

3) En raison des contraintes d'expérience, un tube ne sera utilisable que si : son diamètre est supérieur à 20 mm et sa hauteur appartient à l'intervalle $[190; 210]$.

On note p la probabilité que le tube soit utilisable, calculer p .

On considère maintenant un lot de 100 tubes à essais, on suppose que les tubes à essais du lot sont utilisables ou non indépendamment les uns des autres. On appelle S la variable aléatoire égale au nombre de tubes utilisables parmi les 100 choisis.

4) Quelle est la loi de S ? Justifier votre réponse.

5) Donner l'espérance et la variance de S en fonction de p .

6) Déterminer une valeur approchée de la probabilité qu'il y ait au plus 25 tubes utilisables parmi les 100 choisis.

Barème indicatif : Ex1 : 40 pts ; Ex2 : 40 pts ; Ex3 : 30 pts ; Ex4 : 40 pts ; Ex5 : 65 pts