



DISVE  
Licence

SESSION 2 D'AUTOMNE

PARCOURS : SVTE

UE : SVE 100

Epreuve : SVE 101 Mathématiques 1

Date : 2008 Heure : Durée : 1h30

Documents non autorisés. Calculatrice Bordeaux 1 autorisée.

Epreuve de Mme Menini



*Les exercices proposés sont indépendants. Les réponses doivent être justifiées.*

**Exercice 1.**

On va étudier l'équation différentielle suivante :

$$(E) \quad y'(x) + 3y(x) = -5 \sin(x)$$

- 1) Quelles sont les solutions de l'équation homogène associée à  $(E)$ .
- 2) Trouver une solution particulière de l'équation  $(E)$ .
- 3) Quelle est la solution de  $(E)$  qui vérifie la condition initiale :  $y(0) = 2$  ?

**Exercice 2.**

Un appareil est équipé de 3 capteurs  $a$ ,  $b$  et  $c$ . La probabilité de panne du capteur  $a$  est 0.15, celle du capteur  $b$  est 0.05 et celle du capteur  $c$  est 0.08. Les pannes des trois capteurs sont indépendantes et l'appareil fonctionne si deux au moins des capteurs fonctionnent.

On note  $A$  l'événement "la capteur  $a$  est en panne",  $B$  l'événement "la capteur  $b$  est en panne" et  $C$  l'événement "la capteur  $c$  est en panne".

- 1) Calculer la probabilité de l'événement  $\overline{A} \cap \overline{B} \cap C$  (c'est-à-dire de l'événement " $a$  et  $b$  fonctionnent et  $c$  est en panne").
- 2) Exprimer en fonction de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et des événements contraires  $\overline{A}$ ,  $\overline{B}$  et  $\overline{C}$  l'événement "l'appareil fonctionne".
- 3) Calculer la probabilité que l'appareil fonctionne.
- 4) Sachant que l'appareil fonctionne, qu'elle est la probabilité que le capteur  $c$  soit en panne ?

**Exercice 3.**

Une variable aléatoire binomiale a pour espérance 10 et variance 8, déterminer ses deux paramètres.

**Exercice 4.**

Dans cet exercice la loi normale de moyenne  $m$  et écart-type  $\sigma$  est notée  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ .

Soit  $Y$  une variable aléatoire de loi normale  $\mathcal{N}(3, (0.8)^2)$  calculer  $P(|Y - 3| \leq 0.5)$ .

**Tournez la page .../...**

**Exercice 5.**

On pose

$$\begin{cases} f_{\alpha}(x) &= \alpha \cos\left(\frac{\pi}{8}x\right) & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ &= 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $\alpha$  est une constante réelle strictement positive.

1) Calculer  $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha}(x) dx$  en fonction de  $\alpha$  (*remarque : par définition de  $f_{\alpha}$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha}(x) dx = \int_0^4 f_{\alpha}(x) dx$* ).

2) Exprimée en heures d'utilisation, la durée d'autonomie d'un ordinateur portable est une variable aléatoire  $X$  de densité  $f_{\frac{\pi}{8}}$ .

Expliquer pourquoi  $f_{\frac{\pi}{8}}$  est bien une densité de probabilité.

3) Calculer  $P(X \geq 2)$ .

4) Rappeler la définition de l'espérance de  $X$  et la calculer (*indication : on pourra penser à faire une intégration par parties*).

**Barème indicatif : Ex1 : 40 ; Ex2 : 60 ; Ex3 : 20 ; Ex4 : 20 ; Ex5 : 60**